Universidad de Granada

Departamento de Didáctica de la Matemática

Trabajo de investigación tutelada

BASES PARA LA INVESTIGACIÓN Y LA PRÁCTICA EDUCATIVA DESDE LAS ETNOMATEMÁTICAS

Uzuri Albizu Mallea

Granada

Septiembre 2014

Universidad de Granada
Departamento de Didáctica de la Matemática

BASES PARA LA INVESTIGACIÓN Y LA PRÁCTICA EDUCATIVA DESDE LAS ETNOMATEMÁTICAS

Trabajo de investigación realizado bajo la dirección de las doctoras María Luisa Oliveras Contreras y Alicia Fernández Oliveras de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada que presenta Uzuri Albizu Mallea para su aprobación por el departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Fdo.:Uzuri Albizu Mallea

Vº Bº de la directora

Fdo.: Dª. Mª Luisa Oliveras Contreras

Vº Bº de la codirectora

Fdo.: Dª. Alicia Fernández Oliveras

Familiari eta lagunei, sostenguagatik.

Kabani, ikasturte honetan elkarrekin ikasitako guztiagatik.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer, en primer lugar, a María Luisa y Alicia, por posibilitar esta primera inmersión en el fascinante mundo de las Etnomatemáticas.

Mi más sincera gratitud a las profesoras y los profesores del Máster en Didáctica de la Matemática; sus enseñanzas han resultado de gran utilidad en la elaboración de este trabajo, y han sido fuente de crecimiento profesional y personal.

Gracias al Seminario de Estudiantes de este máster, por ofrecerme un espacio donde exponer las piezas sueltas de este puzzle; las orientaciones y sugerencias que en él me brindaron me han ayudado a armar el rompecabezas.

A las amigas y los amigos, por sus expediciones al Sur, y por subirme la moral en momentos en los que parecía que esta empresa se iba a derrumbar. A Amaia y Matxalen, por haber dedicado un tiempo a la evaluación y mejora de este trabajo; y, a Sonia, por los cafés de media tarde.

A la familia y, en especial, a Kontxi, mi madre, y Pedro, mi padre, por sus valiosos consejos y su apoyo incondicional.

A Kaban, por todo lo que ha supuesto y supone recorrer este camino juntas.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

¿Qué son las matemáticas? Si me hubieran planteado esta pregunta hace dos años, cuando recién acababa la Licenciatura en Matemáticas, la respuesta hubiera sido, probablemente, "las Matemáticas son esa dimensión abstracta, platónica y compleja con la que he estado dialogando desde que tengo uso de razón y, más intensamente, en estos últimos cinco años; las Matemáticas son, por ejemplo, el Análisis Complejo, la Teoría de Grupos o la Topología Diferencial".

Fue esta concepción de las Matemáticas, creo, la que me provocó una imperante necesidad de humanizar mis teorizaciones; hizo que guardara los cientos de definiciones, teoremas, corolarios, demostraciones y problemas con los que había estado batallando en el último lustro de mi existencia, y empezara a reflexionar en torno a mundos más terrenales que poco o nada tenían que ver, creía yo, con las Matemáticas. En ese nuevo periodo de aprendizaje comprendí que elementos tan aparentemente preestablecidos y naturales como el género o el amor romántico son constructos humanos, culturales.

Fue precisamente este alejarme de las Matemáticas lo que me llevó a preguntarme, por primera vez, sobre la naturaleza de éstas, sobre si lo cultural y lo humano pudieran también estar inscritos en ellas. Al matricularme en este máster y leer en la guía docente de la asignatura *Etnomatemáticas. Formación de profesores e Innovación curricular* una frase en la que el calificativo para *Educación Matemática* era *intercultural*, asumí que las Etnomatemáticas serían un referente adecuado para llevar a buen puerto estas cavilaciones.

Mi primer contacto con los fundamentos teóricos de las Etnomatemáticas fue el modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996). Lo que más me interesó de este constructo teórico fue que la cosmovisión didáctica-matemática que propone constituye un intento de dar respuesta a tres preguntas que considero esenciales: "¿Qué es el conocimiento matemático?"; "¿Cómo se produce el conocimiento matemático?"; y "¿Dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático?" (Oliveras, 1996, pp. 57-58). De ahí emergió el interés por buscar, mediante las Etnomatemáticas, respuestas a estas tres preguntas, y ahondar en el trabajo educativo que se hace en esta área de investigación. Lo que sigue es la versión sistematizada de ese proceso de búsqueda y reflexión.

ESTRUCTURA DEL TRABAJO

Este trabajo fin de máster está organizado en seis capítulos. En el Capítulo 1 planteamos nuestro problema de investigación; en el Capítulo 2 lo enmarcamos teóricamente; y en el Capítulo 3 explicamos el marco metodológico. En los Capítulos 4 y 5 exponemos los resultados del trabajo: en el cuarto proponemos una respuesta para cada una de las tres preguntas enunciadas en la introducción, y en el quinto caracterizamos el trabajo educativo que se ha venido haciendo desde las Etnomatemáticas. En el Capítulo 6 valoramos, a raíz de los resultados obtenidos, la consecución de nuestros objetivos de investigación, lo cual nos lleva a reflexionar sobre limitaciones percibidas y posibles líneas de continuidad.

A las referencias bibliográficas les siguen dos anexos, cuyo contenido especificamos a lo largo de la memoria.

CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Este capítulo pretende ser un primer acercamiento a nuestro problema de investigación. Empieza caracterizando las Etnomatemáticas como campo de indagación; de esta descripción emergen tres preguntas de investigación y, a partir de ellas, establecemos los objetivos a lograr. El capítulo concluye con algunos comentarios en cuanto a la pertinencia de llevar a cabo este trabajo.

1.1. ETNOMATEMÁTICAS

Las Etnomatemáticas constituyen el paradigma del que parte este trabajo. Interesa, por tanto, conocer (a) las variables históricas que permitieron que éstas se establecieran como área de estudio con estatus propio; así como (b) las características definitorias de este campo de investigación.

Emergencia de las Etnomatemáticas

Para dar cuenta de la emergencia de las Etnomatemáticas, hemos de retroceder en el tiempo hasta la Segunda Guerra Mundial (albores de la segunda mitad del siglo XX), porque fue legado de este conflicto militar global la instauración de la educación obligatoria, bajo el ideal de educación para las masas: "educación para todos, independientemente del estatus económico o social" (D'Ambrosio, 2007, p. 176; traducción propia). Esta fuerte búsqueda de unidad nacional llevó a que, en países tan extensos como Brasil, se homogeneizaran los sistemas educativos; en ese proceso no se tuvieron en cuenta "especificidades estacionales, contextos culturales y medioambientales, o necesidades laborales y profesionales acordes con los sectores productivos" (D'Ambrosio y Borba, 2010, p. 274; traducción propia). Dos décadas más adelante, los efectos negativos de estas medidas empezaron a hacerse notar en muchos países.

Por otra parte, en los años 60 se transfirió el currículum matemático del Primer Mundo, conocido como *Matemática Moderna*, a países del tercero. Educadores matemáticos de estos países no tardaron en mostrarse reacios a esta decisión, al constatar que no hacía más que reforzar la deslegitimación de las competencias matemáticas propias de estas culturas (Gerdes, 1996a).

Todo esto (junto con las semillas de crítica social que habían esparcido las protestas estudiantiles de 1968 en gran parte del mundo) hizo que, a partir de los años 70, se empezara a hablar sobre la naturaleza sociopolítica de la educación matemática en congresos cuyas ediciones anteriores habían estado limitadas a discusiones sobre contenidos de programas curriculares (D'Ambrosio, 2007).

El *Third International Congress of Mathematics Education* (ICME3), celebrado en Karlsruhe (Alemania) en 1976, fue el primer congreso internacional en ofrecer un espacio para debatir sobre los objetivos de la educación matemática desde una perspectiva sociopolítica; esto supuso cuestionar los cánones aceptados como universales en la educación matemática, problematizar la posición que las matemáticas ocupaban en los sistemas educacionales, y analizar los efectos negativos resultantes de una educación matemática poco adaptada a las distintas condiciones socioculturales. La presencia de representantes de países del Tercer Mundo creó un ambiente favorable para ello (D'Ambrosio, 2007).

En el ICME5, que tuvo lugar en Adelaide (Australia) el año 1984, se confirmó que existía un interés creciente por adoptar una perspectiva sociocultural a la hora de debatir sobre educación matemática. En este contexto emergieron las Etnomatemáticas como una nueva área de investigación (D'Ambrosio, 2007).

Paradigma Etnomatemático

Las Etnomatemáticas, según Gerdes (1996a),

- Adoptan una concepción amplia de las matemáticas que abarca actividades de conteo, localización, medición, diseño, juego y explicación.
- Enfatizan y analizan influencias de factores socioculturales en la enseñanza, el aprendizaje y el desarrollo de las matemáticas.
- Toman las técnicas y verdades de las Matemáticas como un producto sociocultural: cada cultura desarrolla sus propias matemáticas.
- Asumen una perspectiva histórica que enfatiza (a) las fuertes y no reconocidas influencias africanas y asiáticas en las Matemáticas; (b) la destrucción de las

culturas científicas en procesos colonizadores; y (c) el menosprecio histórico hacia las matemáticas africanas, asiáticas y americanas que sobrevivieron a estos procesos.

- Buscan contribuir a la legitimación de prácticas matemáticas de grupos culturales colonizados, (a) reconstruyendo el pensamiento matemático inscrito en elementos culturales que sobrevivieron a la colonización; y (b) intentando desarrollar formas de incorporar estas tradiciones y actividades en el currículum.
- Pretenden enfocar e interpretar la educación matemática desde una perspectiva social y crítica que permita a los estudiantes (a) reflexionar sobre las realidades en las que viven; y (b) usar las matemáticas de una forma emancipadora.

Este sistema de actitudes y valores guía el análisis etnomatemático de las formas en que diferentes culturas producen, transmiten, e institucionalizan el conocimiento matemático (Gerdes, 1996a); se adopta una perspectiva multidimensional (epistemológica, histórica, sociopolítica), con el objetivo de innovar y desarrollar el currículum, la enseñanza, la formación de profesores y las políticas educativas en matemáticas (D'Ambrosio, 2001, 2007).

Al tomar como base de nuestro trabajo este *Paradigma Etnomatemático*, surgen tres preguntas a las que pretendemos dar respuesta:

- ¿Cuál es, desde la perspectiva etnomatemática, la naturaleza de las matemáticas?
- ¿Cómo se conciben, desde las Etnomatemáticas, los procesos de producción, transmisión e institucionalización del conocimiento matemático?
- ¿Qué repercusiones tienen estas concepciones a la hora de incidir en la práctica educativa?

1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Las tres preguntas enunciadas nos llevan a establecer dos objetivos generales para esta investigación:

- Profundizar, mediante las Etnomatemáticas, en la naturaleza del conocimiento matemático, así como en los fenómenos que ocurren durante su producción, transmisión e institucionalización (O1).

- Caracterizar el trabajo etnomatemático relacionado con la práctica educativa (O2).

Para llevar estos objetivos estratégicos a buen puerto, se establecen dos objetivos tácticos:

- Construir una estructura con base teórica que sirva para seleccionar y organizar las teorizaciones etnomatemáticas sobre qué es, y cómo se produce, transmite e institucionaliza el conocimiento matemático (OE1).
- Realizar una revisión bibliográfica de la producción etnomatemática, categorizando la muestra analizada (OE2).

Estos objetivos están, como decíamos, interrelacionados: el OE1 y el OE2 son condiciones necesarias para la consecución del O1; el OE2 es también condición necesaria para lograr el O2; y los objetivos O1 y O2, aunque pueden abordarse de forma independiente, se refuerzan mutuamente. Ilustramos la idea en la Figura 1.1.

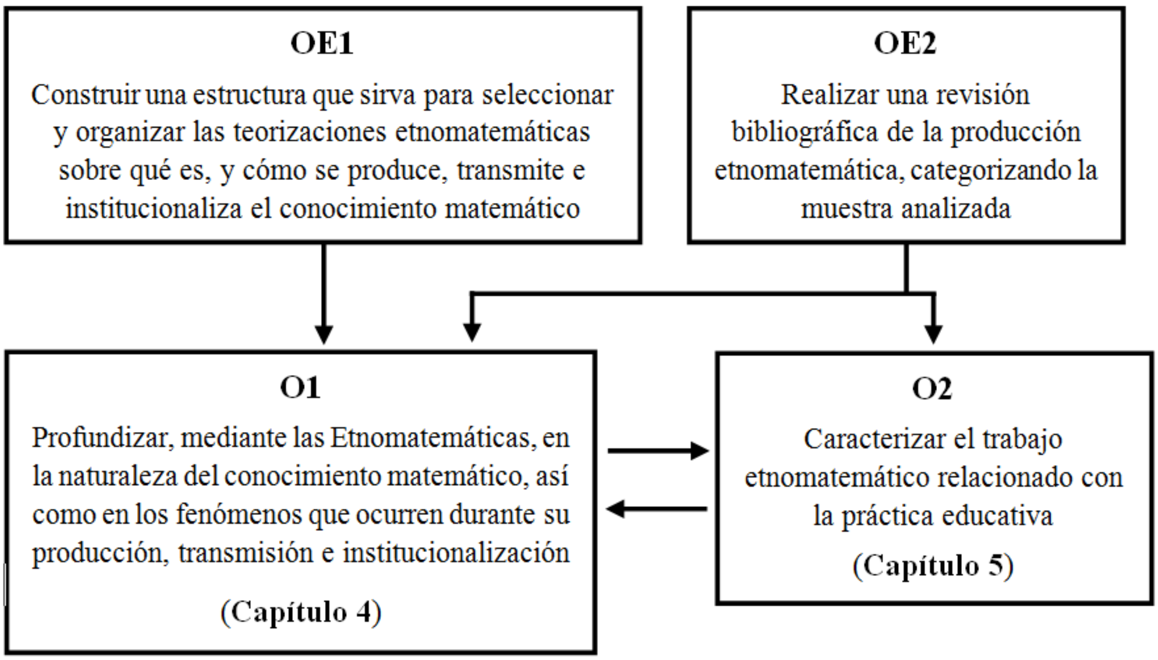


Figura 1.1. Diagrama que ilustra la interrelación de los objetivos.

Según Knijnik y Wanderer (2013),

> La pluralidad de temáticas que las Etnomatemáticas han abordado desde que emergieran ha hecho que se hayan ido constituyendo en un campo vasto y heterogéneo, lo cual hace imposible generalizar sus aportes teórico-metodológicos. (p.213; traducción propia)

No obstante, según Godino (2010b),

> las teorías científicas no pueden ser realizaciones individuales ni hechos aislados (…). Es preciso compaginar la autonomía personal en la elaboración de ideas y conceptos nuevos con la necesidad de que estas ideas sean contrastadas y compartidas. (p. 4)

En concordancia con esta afirmación consideramos que, frente a la diversidad teórico-metodológica detectada por Knijnik y Wanderer (2013), la tarea de integrar y sintetizar teorizaciones de fuentes etnomatemáticas diversas (lo cual es la esencia de este trabajo) es ineludible. Por otra parte,

> Una comprensión profunda que proviene de una preocupación por construir teoría es con frecuencia esencial para tratar con problemas importantes. (…) Como investigadores deberíamos tener una comprensión profunda de los problemas que estudiamos. (Godino, 2010b, p. 12)

Por consiguiente, establecemos (teniendo en cuenta la etapa formativa en la que nos encontramos) la necesidad de adquirir una perspectiva global y profunda del *Paradigma Etnomatemático*, conscientes de que este proceso de enculturación intensiva es condición necesaria para asegurar la calidad de futuras investigaciones.

Son estas necesidades, tanto las del propio campo de investigación, como las formativas de la autora, las que justifican la pertinencia de llevar a cabo este trabajo de investigación tutelada.

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

En este capítulo describimos las herramientas teóricas utilizadas en la consecución del OE1 (*construir una estructura que sirva para seleccionar y organizar las teorizaciones etnomatemáticas sobre qué es, y cómo se produce, transmite e institucionaliza el conocimiento matemático*). Exponemos, a su vez, algunos antecedentes que han guiado la organización de los resultados.

2.1. MODELO TEÓRICO MEDIPSA

El modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996) es un constructo teórico que pretende dar, desde una perspectiva etnomatemática, explicaciones a distintos aspectos integrantes del fenómeno didáctico-matemático.

Tres preguntas esenciales motivan la elaboración de este sistema de ideas: "¿Qué es el conocimiento matemático?"; "¿Cómo se produce el conocimiento matemático?"; "¿Dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático?".

Para responderlas se considera necesario adoptar una visión multidisciplinar. Por ello, Oliveras (1996) incorpora a su estudio las dimensiones antropológica, sociológica, psicológica, epistemológica, matemática y didáctica, y se posiciona en cada una de ellas. Las iniciales de estas disciplinas, junto con la de la metodología de investigación utilizada (interpretativa), conforman el acrónimo MEDIPSA.

A continuación damos cuenta de cómo Oliveras (1996) justifica la presencia de estas disciplinas en el modelo.

- *Antropología y Sociología*. La forma en que esta autora concibe los fenómenos didáctico-matemáticos sugiere la necesidad de tener en cuenta los aportes de estas ciencias sociales: considera que estos fenómenos son prioritariamente sociales y antropológicos, al ser producidos por "un grupo humano con su cultura, sus sistemas de comunicación y su estructuración institucional" (p. 56).

- *Psicología*. Un enfoque socio-antropológico implica admitir que los sujetos pertenecientes a un grupo cultural dado tienen formas de conocer en gran parte comunes, y que los procesos mediante los que adquieren esos conocimientos son semejantes. Sin embargo, Oliveras (1996) no cree que esto sea incompatible con conocer y explicar "lo que ocurre en cada acto de cognición personal" (p. 68); de hecho, considera esto último necesario, si bien hay que hacerlo desde un paradigma bajo el cual estas dos componentes, la socio-antropológica y la psicológica, sean complementarias y no contradictorias.

- *Epistemología y Matemáticas*. Se considera esencial, a la hora de estudiar fenómenos didáctico-matemáticos, hacerlo desde un paradigma epistémico dado. Es este posicionamiento el que lleva, en este caso, a concebir el conocimiento matemático (y, por lo tanto, también su transmisión y difusión) como un fenómeno social y antropológico (Oliveras, 1996, p. 57).
- *Didáctica*. Desde cada una de las disciplinas mencionadas se reflexiona en torno a procesos de enculturación matemática. Sin embargo, cada enfoque tiene "intereses diversos sobre los mismos hechos", por lo que tienen que "ser integrados por una disciplina específica (…), la Didáctica de las Matemáticas" (Oliveras, 1996, p. 55).

En nuestro trabajo el modelo MEDIPSA funciona como una herramienta teórica: por una parte, plantea tres preguntas mediante cuyas respuestas pretendemos elaborar un sistema de ideas "congruente y comprensible" (Cohen, Manion y Morrison, 2007, p. 22; traducción propia) que describa de forma global (a) la naturaleza; y (b) los procesos de producción, transmisión e institucionalización del conocimiento matemático; por otra, las seis disciplinas que guían las reflexiones en este modelo nos sirven de referentes analíticos a la hora de localizar fuentes y elaborar nuestro constructo teórico. Es decir, nos proporciona una estructura compuesta por tres preguntas y seis disciplinas; a partir de ella construimos el edificio de ideas del Capítulo 4.

2.2. ANTECEDENTES

Las revisiones bibliográficas de Barton (2008a), Gerdes (1996a), y Gavarrete (2013) han servido de guía a la hora de organizar nuestros resultados. Analizamos uno a uno estos trabajos, centrándonos en su dimensión estructural, y explicitando los aportes de cada uno de ellos.

- Barton (2008a) extrae cuatro preguntas, que considera esenciales, del artículo *Visualising and mathematics in a pre-technological culture*, de Bishop (1979). Las preguntas son "¿Cómo se puede caracterizar la naturaleza cultural de las matemáticas?"; "¿Qué relación existe entre actividades matemáticas y no-matemáticas?”; “¿Qué papel juega la política en la educación matemática?”; y “¿Cómo se podrían integrar especificidades culturales de forma adecuada en el aula de matemáticas?”; el trabajo de Barton (2008a) consiste en exponer algunas respuestas que las Etnomatemáticas dan a estas interrogantes.

En nuestro estudio, el Capítulo 4 sigue una estructura similar: proporcionamos algunas respuestas que dan las Etnomatemáticas a las tres preguntas planteadas por Oliveras (1996).

- Gerdes (1996a) hace un repaso tridimensional a las Etnomatemáticas. Elabora, por una parte, un estudio longitudinal: inicia el recorrido con los pioneros en cuestionar el carácter acultural de la matemática a mediados del siglo XX, para llegar a la institucionalización de las Etnomatemáticas como disciplina científica, y a su desarrollo en la década posterior. En una segunda parte, hace un repaso de la producción etnomatemática continente por continente. Por último, establece nueve categorías que aglomeran las distintas corrientes desde las que se abordan investigaciones etnomatemáticas, e ilustra cada una de ellas mediante un ejemplo.

  La estructura del Capítulo 5 es una suerte de híbrido entre las partes segunda y tercera de Gerdes (1996a): caracterizamos los trabajos etnomatemáticos partiendo de tres contextos generales (que determinamos mediante criterios geográficos y sociopolíticos), e ilustramos cada una de estas caracterizaciones con ejemplos concretos.

- Gavarrete (2013) analiza la evolución histórica de las Etnomatemáticas, partiendo de su institucionalización en el Quinto Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME5), en el año 1984. Del análisis emergen tres periodos diferenciables:

  1. *Hasta mediados de los años 90.* Discusiones en torno a lo lingüístico y lo sociocultural de las matemáticas.
  2. *Hasta principios del siglo XXI.* Trabajos que buscan legitimar y difundir las Etnomatemáticas, proponiendo definiciones y proclamándola como campo de investigación independiente.

3. *Hasta 2013.* Esfuerzos teóricos y prácticos mediante acciones pedagógicas que abogan por una Educación Matemática desde la diversidad.

Las tres etapas de esta descripción histórica nos sirven para situar temporalmente las reflexiones del Capítulo 4.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

Este trabajo tiene como objeto desarrollar un proceso conducente a la comprensión e interpretación de una muestra de documentos científicos. Por tanto, lo definimos como un estudio hermenéutico y, por ende, cualitativo (Krause, 1995; Pérez-Serrano, 1994).

Castro y Castro (2001) destacan la importancia que tiene, en este tipo de estudios, "hacer manifiesto, público y consciente el proceso de investigación tal y como se ha desarrollado" (p. 169).

Por tanto, y en concordancia con la definición que Taylor y Bogdan (1986) proponen para el término *metodología* ("modo en que enfocamos problemas y buscamos las respuestas", p. 15; citado por Pérez-Serrano, 1994, p. 18), describimos a continuación el proceso de investigación tal y como se ha dado.

3.1. EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN Y SUS FASES

Identificamos tres grandes fases, interrelacionadas con los objetivos expuestos en el Capítulo 1.

Fase 1: Actualización y reestructuración del modelo MEDIPSA

Diferenciamos dos subfases en este primer momento: la de *comprensión* y la de *interpretación*.

- *Fase 1.1: Comprensión.* Profundizamos en los posicionamientos que Oliveras (1996) adopta desde cada una de las disciplinas, recurriendo a fuentes adicionales que complementan y actualizan la información.
- *Fase 1.2: Interpretación.* Reescribimos el modelo, incluyendo las actualizaciones recogidas en la Fase 1.1, y reestructurándolo en forma de respuesta a las tres preguntas de Oliveras (1996).

Fase 2: Revisión bibliográfica de la producción etnomatemática

En esta fase se revisa una muestra de 50 documentos (artículos de revistas científicas, libros, capítulos de libros y actas de conferencias). Identificamos dos subfases en este proceso: la de inmersión y la de profundización.

- *Fase 2.1: Inmersión en el campo de investigación*. Constituye un primer acercamiento al Paradigma Etnomatemático; se lleva a cabo mediante una submuestra de 23 trabajos, y proporciona criterios para la selección de la segunda submuestra.
- *Fase 2.2: Profundización en ideas de cuatro etnomatemáticos relevantes*. Los autores (y sus respectivos aportes) son Bill Barton (Lingüística y Psicología), Ubiratan D'Ambrosio (currículum matemático [Didáctica]), Paulus Gerdes (trabajo antropológico) y Gelsa Knijnik (Epistemología de las Matemáticas y Sociología).

Esta forma de proceder se corresponde con lo que Krause (1995) llama *muestreo teórico*:

> La muestra se selecciona mediante la utilización de una estrategia sucesiva. Se eligen los primeros sujetos, documentos o situaciones de observación y se analizan los datos obtenidos. Mediante el análisis de estos primeros datos se desarrollan conceptos, categorías conceptuales e hipótesis que son utilizadas para generar criterios mediante los cuales se seleccionan los siguientes sujetos que se integrarán en la muestra. (p. 11)

En nuestro caso, comenzamos eligiendo los documentos que constituyen una primera submuestra. Mediante la revisión de éstos identificamos cuatro autores cuyos trabajos conforman un conjunto (aún desordenado) de ideas en el que se incluyen reflexiones desde cada una de las siete disciplinas (las seis establecidas por Oliveras y la Lingüística, que emerge en esta fase de análisis como nueva disciplina a tener en cuenta). Esta hipótesis genera un criterio de selección, el de autoría, que utilizamos para elegir la segunda submuestra.

En el Anexo II se especifica qué trabajos forman parte de la actualización del modelo teórico MEDIPSA (Fase 1), y cuáles conforman la muestra de la revisión bibliográfica (Fase 2).

Fase 3: Descripción e interpretación de los datos emergentes de la revisión bibliográfica

La descripción (examinar los datos para establecer patrones) e interpretación de los datos (integrarlos, relacionarlos y establecer conexiones entre ellos; Pérez-Serrano, 1998, pp. 107-108) se hacen en dos dimensiones que se interrelacionan (la interrelación se vuelve explícita en las conclusiones del Capítulo 5), y están determinadas por la consecución de los dos objetivos generales; abordamos estas dos dimensiones descriptivo-interpretativas en dos fases sucesivas:

- *Fase 3.1: Descripción e interpretación de las reflexiones teóricas extraídas de la muestra revisada.*
  - Esta fase se lleva a cabo en función de la estructura conformada por las tres preguntas y las seis disciplinas de Oliveras (1996). Se incorporan, a su vez, ideas del modelo MEDIPSA actualizado y reestructurado en la Fase 1. Estas ideas provienen, bien del modelo original (Oliveras, 1996), bien del proceso de actualización, y sirven para enriquecer y cohesionar el sistema de ideas que pretendemos construir en esta fase.
  - Este proceso está dirigido a la consecución del O1, y los resultados se incluyen en el Capítulo 4. Estos resultados reflejan cómo hemos integrado y relacionado los datos, y establecido conexiones entre ellos; dan cuenta, por tanto, del proceso de interpretación de los datos.
- *Fase 3.2: Descripción e interpretación de las acciones etnomatemáticas orientadas a la práctica educativa.*
  - Se busca, en esta fase, cumplir con el O2, y los resultados se muestran en el Capítulo 5. En este caso hay un trabajo explícito con los datos que emergen del análisis, de lo cual surgen los patrones que llevan a integrarlos, relacionarlos, y establecer conexiones entre ellos. Los resultados reflejan, por tanto, ambos procesos: el de descripción y el de interpretación.

El organigrama que mostramos en la Figura 3.1 ilustra la forma en la que se interrelacionan las fases de la investigación; vemos que tiene una estructura análoga al diagrama de la Figura 1.1, en la que dábamos cuenta de la interrelación de los objetivos de investigación.

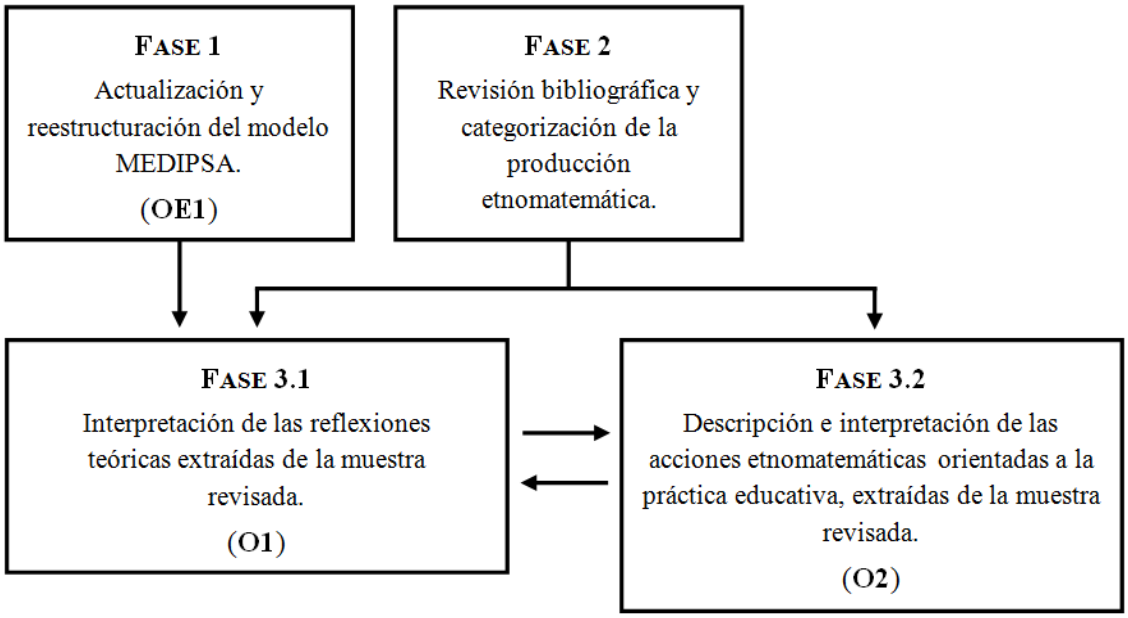


Figura 3.1. Organigrama que interrelaciona fases de la investigación.

En las Fases 2 y 3 se lleva a cabo lo que Pérez-Serrano (1998) denomina como "análisis de datos cualitativo" (p. 105), con una primera fase de análisis, una segunda de descripción, y una tercera de interpretación. Este proceso se vuelve viable gracias a la categorización de los datos, lo cual hace que se reduzcan en cantidad, y facilita el establecimiento de patrones y relaciones entre ellos. Las categorías pueden ser o bien preexistentes o bien emergentes. En nuestro caso, hacemos uso del modelo MOMUME (Oliveras, 2008a, 2008b); describimos la naturaleza y utilidad de este instrumento en el siguiente apartado.

3.2. MODELO MOMUME

El modelo MOMUME (Model for research in Multicultural Mathematics Education; Oliveras, 2008a), es una herramienta metodológica que sirve para sistematizar el análisis y la clasificación de estudios que versan sobre los aspectos socioculturales de la educación matemática. Para ello, pone a disposición del investigador cuatro instrumentos: la *categorización fundamental*, la *categorización instrumental*, la *codificación de los trabajos* y los *protocolos*.

- La categorización fundamental sirve para plasmar la presencia (en cada trabajo analizado) de elementos que, se considera, conforman los cimientos de este tipo de estudios (Oliveras, 2008a). Estos elementos son la *cultura*, las *matemáticas*, la *educación* y la *sociedad* (Oliveras, 2008a, 2008b).

- La categorización instrumental se utiliza para clasificar los estudios atendiendo al tipo de trabajo realizado. Se consideran las tipologías *investigación básica*, *investigación de campo*, *experiencia de aula* y *estudio teórico*.

  En esta dimensión instrumental se consideran también las *subcategorías instrumentales de orden 1* y *de orden 2*. Las primeras categorizan los trabajos a partir de las *personas*, *grupos* u *objetos* que se estudian y las *acciones* que se realizan en el proceso de investigación. Las segundas lo hacen atendiendo a los *contenidos* (matemáticos, didácticos,…) concretos que se abordan.

- El modelo propone una técnica para codificar los trabajos que se están analizando, para así no tener que escribir su nombre completo. Cada código consta de dos elementos: la posición que ocupa el trabajo en la lista de referencias alfabéticamente ordenada, y la inicial del autor. En nuestro caso, el primer trabajo de la lista es *Mutual interrogation: A methodological process in Ethnomathematical research*, de N. A. Adam; la codificación correspondiente sería, por tanto, (1, A).

- El modelo dispone también de unos protocolos que sirven para caracterizar los trabajos de forma detallada (Oliveras, 2008a). Hay un protocolo para cada categoría instrumental, y otro para plasmar la presencia de las categorías fundamentales en los textos analizados. Ilustramos estas descripciones en la Tabla 3.1 y la Tabla 3.2: en la Tabla 3.1 ejemplificamos la aplicación del protocolo relativo a la categoría instrumental *estudios teóricos*; en la Tabla 3.2 hacemos lo propio con el protocolo para categorías fundamentales.

Tabla 3.1.
Protocolo instrumental para estudios teóricos.

Datos bibliográficos							
Título del artículo o trabajo	**Código y autor(es)**	**Idioma**	**Lugar de publicación**	**Año de publicación**	**Revista/libro en donde se publicó**	**ISSN ó ISBN**	**Extensión en nº de páginas**
Etnomatemática. Cultura, Matemática, Educação	Gerdes, P.	Portugués	Mozambique	1991	Libro	-	116
Categorización instrumental							
Categorías	Estudio teórico. Análisis y explicación de teorías sobre Multiculturalidad y Educación Matmemática.						
Subcategorías	Personas y grupos: Grupos culturales subordinados. Acciones: Enseñanza reglada elemental o media, en matemáticas. Objetos: Programas de formación, diseños curriculares. Contenidos: El currículo de matemáticas; dificultades específicas en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización						

Tabla 3.2.
Protocolo para categorías fundamentales.

Trabajos codificados	**Cultura**	**Matemáticas**		**Educación**		**Sociedad**
		Epistemología. Creencias, actitudes	Contenidos o temáticas matemáticos	Modelo educativo	Tipo de currículum Recursos matemáticos Otros	
Gerdes, P. *Vivendo a matemática. Desenhos de África.*	X		X		X	X

De esta caja de herramientas que ofrece Oliveras (2008a) hemos seleccionado los instrumentos que, consideramos, son útiles para nuestro trabajo, y los hemos adaptado a nuestro contexto y propósitos.

Los elementos que conforman nuestro modelo MOMUME adaptado son la categorización instrumental (adaptada a nuestro estudio) y sus protocolos correspondientes (también adaptados). A continuación describimos cómo hemos utilizado estos dos instrumentos.

3.2.1. Categorización instrumental

Como ya hemos mencionado, en esta dimensión instrumental se caracterizan los estudios (a) dependiendo de la tipología del trabajo (mediante las categorías instrumentales); (b) a partir de las personas, grupos u objetos que se estudian y las acciones que se realizan (mediante las subcategorías instrumentales de orden 1); y (c) atendiendo a los contenidos concretos que se abordan (mediante las subcategorías instrumentales de orden 2).

Las (sub)categorías instrumentales que se proponen para cada una de estas (sub)dimensiones se generan a partir del análisis de 50 artículos relacionados con los elementos *multiculturalidad* y *educación matemática* (Oliveras, 2008b). Una primera revisión de estas categorías da a entender que los estudios desde los que emergen tienen como contexto, en la mayoría de los casos, el aula de matemáticas. Sin embargo, las Etnomatemáticas adoptan una concepción más amplia de la educación matemática; no la restringe a las instituciones de educación formal (Knijnik y Wanderer, 2010). Se vuelve pertinente, por tanto, adaptar el sistema de categorías a este contexto.

La mayoría de las categorías instrumentales (las que corresponden a las tipologías de trabajo) provienen del modelo MOMUME. Sin embargo, la mayor parte de las subcategorías instrumentales, tanto las de orden 1 como las de orden 2, emergen de nuestra revisión bibliográfica; la codificación de las categorías es también propia. Exponemos a continuación el sistema de categorías resultante, señalando con un asterisco las categorías no-provenientes de Oliveras (2008a, 2008b).

Categorías instrumentales:

- Experiencias:
    - *Descripción de recursos didácticos que favorecen la educación intercultural* (E1). Parece pertinente aclarar la diferencia entre multiculturalidad e interculturalidad, al ser dos términos que, a veces, no se distinguen: la primera denota “la yuxtaposición de varias culturas en una sociedad, sin implicaciones mutuas”; la segunda es un “conjunto de prácticas generadas por la interacción de culturas en una relación de intercambios recíprocos y en una perspectiva de salvaguarda de una relativa identidad cultural de los participantes” (Oliveras, 2006, pp. 137-138).

- Investigaciones de campo:
  - *Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores* (IC1).
  - *Educación no formal, proyectos o acciones puntuales* (IC2).
  - *Desarrollo y análisis de recursos que permiten y favorecen la educación intercultural* (IC3).
  - *Estudio antropológico** (IC4). Estudios cuyo pilar metodológico es la observación participante.

- Investigaciones básicas:
  - *Análisis de textos y producciones sobre Educación Matemática y/o Etnomatemáticas* (IB1). Con "Educación Matemática y/o Etnomatemáticas" se quiere decir que los trabajos analizados pueden ser etnomatemáticos y, por tanto, estar ubicados dentro de la Educación Matemática, o ser sobre Educación Matemática, pero no etnomatemáticos.
  - *Proyectos y propuestas de enseñanza intercultural para ser desarrolladas* (IB2).
  - *Análisis de modelo(s) docente(s)* (IB3).
  - *Recopilaciones bibliográficas* (IB4).

- Estudios teóricos:
  - *Elaboración, análisis y/o explicación de teorías sobre elementos de Multiculturalidad y Educación Matemática* (ET1).
  - *Elaboración propia y/o análisis de bases filosóficas de las Etnomatemáticas** (ET2).

Subcategorías instrumentales de orden 1:

- Contextos geográficos y/o sociopolíticos*. En el análisis que Barwell, Barton y Setati (2007) hacen de trabajos sobre multilingüismo y educación matemática se diferencian tres tipologías de contextos geográficos y sociopolíticos. Hacemos uso de esta distinción, que materializamos en las tres primeras categorías:
  - *Movimientos sociales y/o índigenas** (MSI).

- *Multiculturalidad en Occidente** (MO).
- *Países no occidentales con sistema educativo occidentalizado** (PNO).
- *Otros** (O). Son, en su gran mayoría, trabajos teóricos que no se ubican de forma específica en ninguno de estos tres contextos.

- Personas y grupos que se analizan y/o describen:

  - *Aula de matemáticas multicultural** (AMM).
  - *Aulas no-occidentales con sistema educativo occidentalizado** (ANO).

  Esta categorización de las aulas de matemáticas no significa que cuando se cumple una característica, la otra no se dé; es decir, muchas ANO son también AMM. Sin embargo, los trabajos destacan una u otra característica, y así queda reflejado en las categorías.

  - *Grupos culturales aislados** (GA).
  - *Grupos gremiales** (GG).
  - *Grupos culturales subordinados** (GS).

  La categoría GA no se ha de entender de forma literal, sino como la contraposición a la categoría GS. Es decir, hay estudios que hacen explícita la posición de dominación en la que se encuentran los grupos culturales con los que se trabaja; y hay otros que no hacen ninguna mención al respecto. Para nuestro trabajo es importante saber si los grupos culturales son subordinados o no, y estas categorías sirven para hacer esa distinción.

  Por otra parte, estas categorías tampoco son auto-excluyentes: un GG puede ser, a su vez, un GS. Pero, al igual que en el caso de las aulas, los trabajos tienden a dar más relevancia una de las características del grupo. En función de ello se hace la categorización.

  - *Investigadores en Didáctica de la Matemática y/o Etnomatemáticas** (IEM).
  - *Maestros y/o profesores de matemáticas en formación** (MPF).

- Acciones que se realizan y/o describen:

  - *Actividades propias de la cultura (de supervivencia, de organización espacio-temporal, de ocio,…)** (AC).

- *Actividades gremiales** (AG).
- *Formación de profesores* (FP).
- *Investigación en Educación Matemática y/o Etnomatemáticas** (IEM).
- *Matemáticas en educación elemental o media* (MEM).
- *Matemáticas en educación superior* (MS).

Objetos que se analizan y/o describen:

- *Artefactos, sociofactos y/o mentifactos de una cultura** (ASM). Esta categoría viene dada por la definición que da Huxley (1955; citado por Gavarrete, 2012) para la cultura: la concibe como el conjunto de *mentifactos* (ideario, valores), *sociofactos* (aspectos organizativos) y *artefactos* (producción material) de un grupo de personas. Ahondamos en esta definición en el Capítulo 4.
- *Diseños curriculares escolares* (DC).
- *Estudios en Educación Matemática y/o Etnomatemáticas** (EEM).
- *Interacciones en el aula de matemáticas** (I).
- *Programas de formación* (PF).
- *Recursos de enseñanza* (RE).

Subcategorías instrumentales de orden 2:

Contenidos:

- *Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas** (ASM).
- *Currículo de matemáticas* (CM).
- *Dificultades en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización* (DCD).
- *Dimensión política de la educación matemática** (DP).
- *Evaluación: éxito, fracaso* (E).
- *Epistemología de las matemáticas** (EM).
- *Multilingüismo** (M).

- *Matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica* (MOVT).
- *Naturaleza del pensamiento matemático** (NPM).

La elaboración de estas categorías se da, principalmente, en la fase de análisis (*Fase 2*). En una primera vuelta, en la que se hace la primera lectura y se resumen los trabajos que conforman la muestra, se generan también las categorías; en la segunda vuelta se modifica esta primera categorización de los trabajos en virtud de las categorías emergentes. En los procesos de descripción y de interpretación (*Fase 3*) la categorización sigue estando sujeta a análisis y modificaciones. Se percibe en este proceso cierta estructura cíclica, la cual es característica de la metodología cualitativa (Pérez-Serrano, 1998, p. 104).

3.2.2. PROTOCOLOS

Los protocolos instrumentales caracterizan los trabajos mediante las categorías y subcategorías correspondientes. Permiten, a su vez, almacenar la información bibliográfica del documento. Al ocupar un gestor bibliográfico para este segundo cometido, hemos eliminado esta última parte del protocolo. Por otra parte, hemos unificado los cuatro protocolos instrumentales, trasladando la codificación a una hoja de cálculo, y distinguido las categorías por colores, para facilitar el manejo de los datos. Consideramos que esta modificación es un aporte genuino al modelo que estamos poniendo en juego. En la Figura 3.2 mostramos la categorización de algunos trabajos que forman parte de la muestra analizada (el Anexo I se recoge la categorización de toda la muestra); en la Tabla 3.3 recordamos la codificación de las categorías que aparecen en esta submuestra.

Trabajo	Tipo de trabajo	Contexto	Personas y grupos	Acciones	Objetos	Contenido
Adam, 2010	IC4	O	GG	AG	ASM	NPM
						DP
Albertí y Gorgorió, 2006	IC4	PNO	GG	AG	ASM	ASM
Appelbaum, Friedler, Ortiz y Wolff, 2009	IB2	MO	MPF	FP	PF	CM
					DC	DP
						EM
Barton, 1999	ET2	O		MEM	DC	CM
				MS		EM
Barton, 2008a	ET2	O	IEM	IEM	EEM	EM
						CM
						DP
Barton, 2008b	ET2	PNO		AC	ASM	EM
						CM
Barwell, Barton y Setati, 2006	IB4	O	IEM	IEM	EEM	CM
						M

Figura 3.2. Categorización de una parte de la muestra analizada.

Tabla 3.3.
Codificación de categorías que aparecen en la submuestra de la Figura 3.2.

Tipos de trabajo	Código	Categorías
		Categorías instrumentales
Investigaciones de campo	IC4	Estudio antropológico
Investigaciones básicas	IB2	Proyectos y propuestas de enseñanza intercultural para ser desarrolladas
	IB4	Recopilaciones bibliográficas
Estudios teóricos	ET2	Elaboración propia y/o análisis de bases filosóficas de las Etnomatemáticas
		Subcategorías instrumentales de orden 1
Contextos geográficos y/o sociopolíticos	MO	Multiculturalidad en Occidente
	PNO	Países no occidentales con sistema educativo occidentalizado
	O	Otros
Personas y grupos	GG	Grupos gremiales
	IEM	Investigadores en Educación Matemática y/o Etnomatemáticas
	MPF	Maestros y/o profesores de matemáticas en formación
Acciones	AC	Actividades propias de la cultura (de supervivencia, de organización espacio-temporal, de ocio,…)
	AG	Actividades gremiales
	FP	Formación de profesores
	IEM	Investigación en Educación Matemática y/o Etnomatemática
	MEM	Matemáticas en educación elemental o media
	MS	Matemáticas en educación superior

Tipos de trabajo	Código	Categorías
Objetos	ASM	Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
	DC	Diseños curriculares escolares
	EEM	Estudios en Educación Matemática y/o Etnomatemática
	PF	Programas de formación
	Subcategorías instrumentales de orden 2	
Contenido	ASM	Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
	CM	Currículo de matemáticas
	DP	Dimensión política de la educación matemática
	EM	Epistemología de las matemáticas
	M	Multilingüismo
	NPM	Naturaleza del pensamiento matemático

CAPÍTULO 4. NATURALEZA, PRODUCCIÓN, TRANSMISIÓN E INSTITUCIONALIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

En este capítulo interpretamos reflexiones etnomatemáticas sobre qué es, y cómo se produce, transmite e institucionaliza el conocimiento matemático. Esta interpretación se organiza y desarrolla en función de las dos herramientas teóricas tomadas de Oliveras (1996): (a) las preguntas ¿qué es el conocimiento matemático?, ¿cómo se produce el conocimiento matemático?, y ¿dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático?; y (b) las disciplinas Matemáticas, Epistemología, Didáctica, Psicología, Sociología y Antropología. A su vez, del análisis de la muestra emerge la Lingüística como nueva disciplina a tener en cuenta. Las tres preguntas y siete disciplinas constituyen los cimientos sobre los que se construye el sistema de ideas que conforma el capítulo.

Estructuramos los resultados en tres secciones, encabezadas por las tres preguntas que nos proponemos responder. En la primera sección reflexionamos en torno a qué es el conocimiento matemático; en la segunda discutimos sobre los procesos mediante los que éste se produce; en la tercera, ubicamos esta producción en el espacio y el tiempo, lo cual nos lleva a profundizar en la dimensión educacional y política de las matemáticas. El capítulo finaliza con una discusión de los resultados y las consiguientes conclusiones.

4.1. ¿QUÉ ES EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO?

Según el diccionario de la lengua española se denomina Epistemología a la “doctrina de los fundamentos y métodos del conocimiento científico” (Real Academia Española, 2001). Parece, pues, pertinente, abordar el reto de responder a esta primera pregunta a través de la Epistemología. Oliveras (1996, p. 78) afirma, sin embargo, que las divisiones de este campo científico en distintas corrientes surgen, justamente, al cuestionar cuál es el objeto de estudio de esta teoría del conocimiento. Existen dos grandes paradigmas a este respecto: el *dogmatismo*, que asume la posibilidad (y responsabilidad) de establecer de modo conclusivo el significado y la verdad (Gascón, 2001) y que cree, por tanto, que el conocimiento científico se puede fundamentar; y el *escepticismo*, que niega tal posibilidad.

Repasamos someramente la evolución de la Epistemología de las Ciencias, para ahondar a continuación en los cambios que ha sufrido la Epistemología de las Matemáticas.

4.1.1. EPISTEMOLOGÍA DE LAS CIENCIAS

Al atender a los métodos para caracterizar y aceptar como válido un conocimiento científico (fundamentarlo) emerge el problema de establecer criterios para evaluar las teorías científicas; se consideran, a este respecto, tres posicionamientos principales (Lakatos, 1981, pp. 147-173; citado por Oliveras, 1996, p. 81): el *escepticismo*, el *demarcacionismo* y el *elitismo*.

Antes de exponer las asunciones de cada una de estas escuelas, interesa aludir a los tres tipos de mundo establecidos por Musgrave (1969) y Popper (1972) a los que Oliveras (1996) hace referencia:

> El *Primer-mundo* es el mundo físico; el *Segundo-mundo* es el mundo de la conciencia, de los estados mentales y, en particular de las creencias; el *Tercer-mundo* es el mundo de las ideas, o mundo platónico del espíritu objetivo. (p. 82; énfasis de la autora)

El conocimiento vive, por tanto, en ese tercer mundo, mientras que los productores de éste habitan en los mundos primero y segundo.

El escepticismo, al no creer en el conocimiento universal (o en la posibilidad de alcanzarlo, de acceder a ese tercer mundo), considera toda teoría científica como (y con el mismo rango epistemológico que) un sistema de creencias, por lo que da por imposible solucionar este problema epistémico normativo.

El demarcacionismo defiende la posibilidad de producir un conocimiento metodológico que constituya un criterio universal de evaluación de teorías científicas. Se asume que las teorías científicas (habitantes del tercer mundo) sólo pueden ser evaluadas por sus conciudadanas, por lo que rechazan la propuesta de los elitistas.

Estos últimos (los elitistas) coinciden con los demarcacionistas en el fin, mas no en los medios; es decir, afirman que las teorías científicas son evaluables, pero disienten en la forma de llevar esto a cabo. Apelando a la *dimensión tácita* del conocimiento, es decir, a aquello “que no se entiende, percibe o oye formalmente, sino que se supone o infiere” (Real Academia Española, 2001), argumentan que la evaluación no puede hacerse mediante un conjunto finito de normas universales; defienden que el conocimiento científico ha de ser evaluado por aquellos que lo producen: la comunidad científica (habitantes del primer y segundo mundo). Existe, además, un distintivo que permite establecer dos corrientes dentro del elitismo: están los que aceptan la verdad de las teorías como algo del tercer mundo, por una parte, y los que niegan la existencia de ese tercer mundo, por otra.

Esta negación nos conduce al *pragmatismo*; el pragmatismo es una corriente epistemológica que defiende que el conocimiento es un estado de la mente (segundo mundo) y que, por tanto, la verdad está basada en creencias y actividades humanas, lo cual “lleva al rechazo de significados invariables y de las verdades absolutas” (Godino, 2010a, p. 12).

Wittgenstein, considerado “representante del pragmatismo” (Oliveras, 1996, p. 83), trata de establecer una relación entre el pensamiento y la palabra, y aquello a lo que se refieren o significan; interesa, particularmente, la posición epistemológica que adopta en su obra *Investigaciones filosóficas*. En ella, el autor asume que el mundo es descrito mediante el lenguaje y que éste, herramienta para el pensamiento y el habla, tiene como contexto situaciones y acciones muy diversas y hay, por tanto, “tantos modos distintos de empleo del lenguaje, tantos *juegos lingüísticos*, como contextos situacionales y accionales” (Godino, 2010a, p. 7; énfasis nuestro). El lenguaje es el reflejo de un mundo exterior pero, a su vez, éste ha de ser considerado y analizado en el plano de los contextos en los que se da su uso; se acepta, por tanto, el conocimiento como emergente de la vida social diaria y ligado a los sujetos de un grupo.

4.1.2. Epistemología de las Matemáticas

Los cambios epistémicos acontecidos dentro de las Matemáticas, si bien han de entenderse en el contexto de la evolución de la Epistemología de las Ciencias, aportan ciertos matices que, creemos, merece la pena destacar.

Según Oliveras (1996), en el caso de las Matemáticas, es el racionalismo el que, como una forma de dogmatismo, “pretende derrotar al escepticismo” (p. 78). El primero de estas tentativas es el *programa euclídeo*; este proyecto propone que

> todo conocimiento matemático puede deducirse de un conjunto finito de proposiciones trivialmente verdaderas (*axiomas*) que constan de términos perfectamente conocidos (*términos primitivos*). La verdad de los axiomas fluye desde los axiomas hasta los teoremas a través de procedimientos deductivos de transmisión de la verdad (*pruebas*). (Gascón, 2001, p. 3)

Sin embargo, las distintas teorías del saber matemático insertas en este paradigma acaban cayendo en el subjetivismo que comenzaron atacando y, ante la imposibilidad de fundamentar el conocimiento matemático mediante cimientos netamente racionales, aflora la necesidad de incluir una *base empírica*. Gascón (2001) concibe la evolución de la Epistemología de las Matemáticas como un proceso en el que se le van añadiendo elementos a esa base empírica.

- El enfoque denominado *cuasi-empirista* defiende que tanto el origen como el método de las Matemáticas han de provenir de la *experiencia matemática* (datos que proporciona la Historia de las Matemáticas), y que el sistema deductivo se forma a partir de un conjunto especial de teoremas (que Lakatos denomina *enunciados básicos*), provenientes de estas experiencias. Se pasa, por tanto, de *probar* a *conjeturar*: se trata de que el sistema sea consistente, de que forme "un todo coherente y no contradictorio" (Gascón, 2001).
- El paradigma *constructivista*, con Piaget como máximo exponente (Piaget y García, 1982; Piaget, 1972, 1975; citados por Gascón, 2001), denuncia la insuficiencia de los datos históricos para formar una base empírica de la Epistemología de las Matemáticas. Esta corriente defiende que han de incluirse los hechos que proporciona el estudio del *desarrollo psicogenético*: identificando el saber matemático con su desarrollo histórico, se establece una analogía entre éste y el desarrollo psicogenético de la persona. Los procesos de construcción de conocimiento matemático se consideran emergentes de prácticas realizadas por un sujeto, por lo que constituyen una nueva interpretación sobre la naturaleza de los objetos matemáticos: son "extraídos de las *acciones y operaciones del sujeto* en lugar de ser *lógicas, lingüísticas, ideales o cuasi-empíricas*" (Gascón, 2001, p. 16; énfasis del autor).
- Un nuevo modelo, el *antropológico*, surge al percibir la necesidad de incluir en esa base empírica, además de la génesis personal de los conocimientos

matemáticos, los hechos que ocurren durante tales construcciones, los cuales tienen lugar en el seno de una institución. Se asume, por tanto, que el estudio de la génesis y el desarrollo de los conocimientos matemáticos ha de ir unido al estudio de la comunicación, la utilización y la transposición institucional de éstos (Gascón, 2001).

Esta reconstrucción converge en el mismo punto que la anterior: la necesidad de estudiar la naturaleza del conocimiento partiendo del contexto en el que éste se produce. La Epistemología sufre, por tanto, y siguiendo a Oliveras (1996), "una metamorfosis": de ser una "teoría del conocimiento descontextualizado" pasa a ser una "teoría del conocimiento contextualizado en el grupo sociocultural de los sujetos productores" (pp. 81-85).

4.1.3. ¿MATEMÁTICA O MATEMÁTICAS?

Volviendo al pragmatismo de Wittgenstein, cabe destacar de lo anteriormente mencionado dos ideas fundamentales: por una parte, el establecimiento de una relación biunívoca entre pensamiento y lenguaje; por otra, la necesidad de entender el lenguaje dentro del contexto en el que se da. Éstas son, según Knijnik (2012), las nociones clave a la hora de construir una lógica filosófica que nos permita admitir la existencia de diferentes matemáticas.

Al entender que el lenguaje está inserto en la actividad humana, se asume que los juegos lingüísticos (que engloban el lenguaje y las acciones que se entretejen dentro de él; Knijnik y Wanderer, 2010) y sus significados están mediados por reglas que se conciben en nuestras prácticas sociales. Wittgenstein denomina a este conjunto de reglas, a esta lógica mediante la que opera el lenguaje y, por ende, el razonamiento, *gramática*. Al considerarla como emergente de la actividad humana, se concluye que la racionalidad es un constructo que permite al lenguaje articularse dentro de una *forma de vida*, inserta en una cultura y una cosmovisión particulares (Knijnik, 2012).

Se problematiza, por tanto, la existencia de una única racionalidad, lo que implica cuestionar también la existencia de una única matemática. Todo esto lleva a admitir la existencia de diferentes lenguajes matemáticos que adquieren sentido mediante sus diversos usos (Knijnik y Wanderer, 2013).

Las matemáticas se conciben entonces (usando la terminología wittgensteiniana) como redes de juegos de lenguaje que se generan dentro de diferentes formas de vida (Knijnik y Wanderer, 2010). Esta afirmación deriva, inevitablemente, en una pregunta: ¿cómo distinguir un juego lingüístico matemático de uno que no lo es? La noción wittgensteiniana *aires de familia* sirve para responder a la pregunta: juegos lingüísticos de formas de vida ajenas a las matemáticas académicas pueden considerarse matemáticos cuando identificamos aires de familia (ciertas analogías y relaciones; Knijnik y Wanderer, 2010) entre ellos y los juegos lingüísticos de las matemáticas académicas y/o escolares. Este es el criterio que Knijnik (2012) propone para decidir si un juego lingüístico es matemático o no.

Desde las Etnomatemáticas se han elaborado definiciones que buscan explicitar estos aires de familia. Pasamos a exponer algunas de ellas.

4.1.4. Matemáticas en términos de D'Ambrosio, Bishop y Barton

Es poco menos que imperativo, en este punto, aludir a la definición que D'Ambrosio propone para el término *etnomatemáticas*[1]. Concibe como prácticas etnomatemáticas las maneras, modos, técnicas o artes (*tica*) de explicar, conocer, entender, y lidiar y convivir con (*matema*) la realidad natural y sociocultural (*etno*) de la que las personas forman parte (D'Ambrosio, 2008). Añade que, con realidad sociocultural, se refiere a "grupos culturalmente diferenciables, como sociedades nacionales o tribales, grupos de trabajo, niños de un cierto tramo de edad, clases profesionales, y otras" (D'Ambrosio, 1987; citado por Oliveras, 1996, p. 67).

Al igual que D'Ambrosio utiliza el término etnomatemáticas para referirse a matemáticas no necesariamente académicas, distintos autores han elaborado y/o utilizado diversos términos para resaltar lo cultural (y lo político) de las matemáticas: *sociomatemática* (Zaslavsky, 1973), *matemática espontánea* (D'Ambrosio, 1982), *matemática informal* (Posner, 1982), *matemática oral* (Carraher, Carraher y Schliemann, 1982; Kane, 1987), *matemática oprimida* (Gerdes, 1982), *matemática no-estandarizada* (Carraher et al., 1982; Gerdes, 1982, 1985a; Harris, 1987), *matemática escondida o congelada* (Gerdes, 1982, 1985a, 1985b) y *matemática popular* (Julie,

---

[1] En este trabajo se utiliza el término *etnomatemáticas* (minúscula) en el sentido que D'Ambrosio da a esta palabra; con *Etnomatemáticas* (mayúscula) se hace referencia al área de investigación.

1989) son algunos de ellos (citados por Gerdes, 1996a). No obstante, Gerdes (1991b, pp. 29-30) defiende que en la definición de etnomatemáticas dada por D'Ambrosio quedan recogidas las ideas que envuelven a cada uno de estos términos.

Junto con Ubiratan D'Ambrosio, Alan E. Bishop es uno de los autores que más ha contribuido al debate sobre el binomio educación matemática-cultura. Si bien éste no se autodefine como etnomatemático (Barton, 2008a), muchos que sí lo hacen han adoptado sus seis actividades universales a la hora de caracterizar prácticas *prematemáticas* (Barton, 2008b); estas actividades son contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar (Appelbaum, Friedler, Ortiz y Wolff, 2009; Barton, 2008b, p. 134; Begg, 2001; Knijnik, 1996, p. 79).

Por último, Barton (1999) define las matemáticas como un sistema de significados mediante el que un grupo cultural da sentido a aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales; defiende que cada grupo cultural dialoga con la realidad que le rodea por medio de su propio sistema QRS (*Quantity-Relations-Space*). Para conocer la naturaleza de estos sistemas, este autor ve en la Lingüística una buena herramienta. Mediante ella, consigue profundizar en la relación entre lenguaje y matemáticas.

4.1.5. MATEMÁTICAS MEDIANTE EL LENGUAJE

Barton (2008b) analiza, mediante la Lingüística, la forma en la que diferentes culturas comunican cantidades y distancias, y los criterios que utilizan para establecer relaciones. Este análisis lleva a corroborar que los juegos lingüísticos utilizados para discutir sobre cantidad, relaciones y espacio difieren de lenguaje en lenguaje. Contrastar dos de los ejemplos que conforman su análisis resulta esclarecedor.

En las lenguas indoeuropeas los números y formas se utilizan para describir objetos (funcionan, por tanto, como adjetivos) en un contexto cotidiano, y pasan a ser objetos (sustantivos) en un contexto matemático. A su vez, las referencias para ubicarse en el espacio (mapas, GPS,…) son estáticas: se basan en puntos fijos y distancias.

En contraste, la cultura Navajo (nación indígena del suroeste de los Estados Unidos de América) utiliza verbos para referirse a cantidades y a formas; el tres o el círculo no son objetos o características de éstos: son acciones. Su forma de orientarse en el espacio es también dinámica: se guían por las características y signos del camino y la velocidad (pp. 28-34).

Por tanto, el primero es un cosmos compuesto por cosas y hechos, mientras que el segundo lo conforman procesos y actividades (p. 36). Esto lleva a reafirmar que la forma de dialogar matemáticamente con el mundo varía de lenguaje en lenguaje. No obstante, también se observa otra implicación.

Hemos mencionado que, en lenguas indoeuropeas, los números se utilizan como descriptores de objetos en el lenguaje cotidiano, y pasan a ser objetos en el lenguaje matemático (académico). Esta transformación viene contemplada en la estructura gramatical de estas lenguas indoeuropeas (a diferencia de otras), lo cual permite que las transiciones entre ambos modos de comunicación se hagan de forma natural, casi inconsciente. Existe, por tanto, una congruencia entre estas lenguas y las matemáticas académicas. Esta congruencia nos sirve de argumento para afirmar que las matemáticas académicas son un constructo creado desde Occidente para lidiar con aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales y que, por tanto, ha sido influenciada por y ha tenido repercusiones en el lenguaje occidental. Ambas componentes (lenguaje y matemáticas) se han influenciado (y se siguen influenciando) mutuamente (pp. 51-53).

Pero ¿qué es lo que ocurre en ciertas prácticas para que de ellas emerjan matemáticas? En la siguiente sección intentamos dar respuesta a esta pregunta.

4.2. ¿CÓMO SE PRODUCE EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO?

Hemos definido las matemáticas como un sistema de significados mediante el que un grupo cultural da sentido a aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales; es decir, hemos ubicado su génesis en el seno de cada cultura. Pasamos, por tanto, a esclarecer la noción de cultura, pues nos servirá de puente para pasar del *qué es* al *cómo se produce* el conocimiento matemático.

4.2.1. CULTURA

Recurrimos, para definir este término, a Lamo de Espinosa, González y Torres (1994). Estos autores parten de la asunción de que el conocimiento es, más que una habilidad, una necesidad humana, una facultad que permite contrarrestar su pobre equipamiento instintivo. Esto implica que una persona “necesita del entorno natural, pero también del societal, necesita del aprendizaje para constituirse” (Lamo de Espinosa et al., 1994, p. 26). El ser humano es un animal social por naturaleza,

> pues es la propia naturaleza la que le ha obligado a ser social: la cultura es la segunda naturaleza que suple la deficiencia de la verdadera naturaleza. (…) Le proporciona el modo de adaptarse al entorno que no le proporciona la naturaleza. (Lamo de Espinosa et al., 1994, pp. 26-27)

La cultura es, por tanto,

> un conjunto de respuestas ya probadas y contrastadas a incitaciones del entorno, (…) equivalente funcional del aparato instintivo; un conjunto de conocimientos que permite a una sociedad vérselas con un entorno concreto. (Lamo de Espinosa et al., 1994, pp. 27-28)

En definitiva, es cultura todo aquello que los individuos generan para controlar y adaptarse al entorno físico con el que están en interacción.

Huxley (1955; citado por Gavarrete, 2012) propone un modelo para describir la cultura, constituido por tres componentes esenciales: *mentifactos*, *sociofactos* y *artefactos*. Los mentifactos hacen referencia a lo abstracto, lo mental; "se relacionan con la capacidad humana de pensar y formular ideas, y conforman los ideales (…) por los que se miden otros aspectos culturales". Los sociofactos hacen alusión a los aspectos organizativos y sus fines: "estructuras familiares, comportamientos reproductivos y sexuales y de crianza de los niños [roles]", así como "sistemas políticos, y educativos", entre otros. Los artefactos son "las manifestaciones materiales de la cultura" (Gavarrete, 2012, p. 76).

Por tanto, concluimos que una cultura se constituye por el conjunto de mentifactos, sociofactos y artefactos que un grupo de personas genera al interactuar con un entorno físico concreto.

4.2.2. VIDA ACTIVA Y MATEMÁTICAS

Las matemáticas se han de entender, entonces, como parte de esos conjuntos de mentifactos, sociofactos y artefactos y, por tanto, como emergentes de la actividad (Barton, 2008b, p. 88). Gerdes (1991a) afirma que, de hecho, la relación dialéctica entre la vida activa y el pensamiento abstracto es el motor del desarrollo de las matemáticas. Ejemplifica esta afirmación desde la geometría, argumentando que la noción de forma nace en el momento en que las personas empiezan a moldear el material, a transformarlo; mediante la producción se empieza a reconocer la forma como algo añadido al material: se crea la idea abstracta de ésta.

Por tanto, la acción genera conocimiento; este conocimiento se transmite y se acumula, según D'Ambrosio (2002), de forma tanto horizontal (en la convivencia con los integrantes del grupo cultural) como vertical (con uno mismo [memoria], y de generación en generación [memoria histórica]). Se aprecian, por tanto, dos dimensiones en la comunicación: una interindividual y otra intraindividual.

Hemos visto en la sección anterior cómo distintos lenguajes pueden llevar a distintas nociones de forma; interesa analizar, por tanto, cómo es que un mismo hecho (el de percibir la forma a partir de la manipulación de materiales) da lugar a abstracciones sustancialmente dispares. Hemos de volver a enfocarnos, para ello, en la comunicación y, por ende, en el lenguaje; lo hacemos desde las dos dimensiones comunicativas detectadas.

4.2.3. COMUNICACIÓN INTERINDIVIDUAL: EL LENGUAJE Y SUS METÁFORAS

La clave reside en el hecho de que los pensamientos respecto a la cantidad, las relaciones y el espacio se dan dentro de un ambiente sociocultural determinado, y con el lenguaje propio de este contexto como herramienta principal.

La forma de pensar de las personas responde a experiencias muy básicas que éstas tienen como habitantes de un mundo particular. Estas experiencias, que se desarrollan en el lenguaje quedando completamente insertas dentro de éste, se denominan *metáforas fundamentales*, y sirven para crear pensamiento abstracto (Barton, 2008b, p. 90).

Por tanto, la cultura occidental y la cultura Navajo conciben aspectos cuantitativos, espaciales o relacionales a partir de sus respectivas metáforas fundamentales. En el caso de la cultura occidental los significados se establecen a partir de la *Metáfora del Recipiente*: los objetos, los hechos, están o bien dentro, o bien fuera del recipiente, y es así como se determinan las categorías. Se reconoce la influencia de esta metáfora en las teorías clásicas de significado, en las que se busca establecer clases de objetos: un objeto se asocia a una palabra si (y sólo si) éste cumple con las características necesarias para poder ser un elemento de esa categoría. En el caso de la cultura Navajo, los significados vienen dados mediante la *Metáfora del Camino*: los viajes comienzan en un punto y, moviéndose por un camino, se llega a otro; lo importante, en este caso, es la forma en la que este trayecto se recorre. Esta noción sirve para ilustrar la idea de forma como acción (pp. 90-91).

Puesto que estas experiencias están incrustadas en el lenguaje, y éste es el que construye las matemáticas, parece razonable admitir que las metáforas fundamentales permanecen aun cuando el lenguaje es Matemático: ésta es la causa principal de la congruencia entre las lenguas indoeuropeas y el lenguaje Matemático (p. 91).

4.2.4. COMUNICACIÓN INTRAINDIVIDUAL: MODELOS Y CANDADOS MENTALES

Cuando la emergencia del conocimiento matemático se analiza desde el punto de vista cognitivo, es primordial distinguir entre (a) experimentar aspectos relacionados con cantidad, relaciones y espacio; y (b) formalizar tal experiencia mediante un sistema QRS. Lo primero es innato; lo segundo es un comportamiento aprendido (Barton, 2008b, p. 71). Por tanto, al estudiar procesos que se producen en cada acto de cognición personal, hemos de seguir teniendo en cuenta que es la cultura (por medio del lenguaje) la que los guía.

En concordancia con ello, analizamos estos procesos desde la *cognición situada*; así mismo, seguimos remarcando la importancia del lenguaje, estableciendo una conexión entre las ideas que emergen de este paradigma y las reflexiones que Barton (2008b) hace al respecto.

La cognición situada define los procesos cognitivos como interacciones entre aprendices y situaciones, entendiendo por *situación* el conjunto de condiciones dadas por (a) el entorno específico en el que el individuo actúa; y (b) las disposiciones de éste (Seel, 2001). Por tanto, tenemos como parte de ese entorno los conceptos, principios, procedimientos y/o fenómenos que el individuo percibe (el *dominio conceptual*), los cuales "proporcionan los recursos para las actividades cognitivas de *conocimiento*, *comprensión* y *razonamiento*" (Greeno, 1991, p. 175; citado por Oliveras, 1996, p. 70; énfasis de la autora). A su vez, forman parte de las disposiciones del individuo los conocimientos previos (conceptos y relaciones entre conceptos) de éste respecto al dominio conceptual. Las interacciones entre el entorno y las disposiciones del sujeto implican un aprendizaje, un "enriquecimiento del conjunto de conocimientos y de sus relaciones” (Greeno, 1991, p. 175; citado por Oliveras, 1996, p. 72); estas interacciones se dan mediante la construcción de *modelos mentales* (Seel, 2001).

Este constructo,

> claramente identificado y definido como un término técnico en el ámbito de la Ciencia Cognitiva, se está vertiendo en la literatura relativa a la Didáctica de las Ciencias como un término genérico, cargado de polisemia. (Gutierrez, 2005, p. 209)

Para evitar ambigüedades, recurrimos, para definir los modelos mentales, al artículo *Epistemology, situated cognition and mental models: “Like a bridge over troubled water”*, de Norbert M. Seel, artículo que Gutierrez (2005) califica como “magnífico” y “teóricamente bien articulado” (p. 220).

Según Seel (2001), el individuo interactúa con los objetos (conceptos, principios, procedimientos y fenómenos) implicados en una situación para manipularlos mentalmente, creando modelos mentales, una suerte de representaciones mentales cualitativas. Para construirlos el sujeto, tomando como base sus conocimientos previos (y a su vez limitado por éstos), lleva a cabo operaciones cognitivas que estimulan transformaciones específicas en esos objetos, para así producir inferencias cualitativas respecto al entorno. Lo que se pretende es integrar el conocimiento relevante de ese mundo a los conocimientos previos, de forma que éstos encajen; se trata de adaptar la estructura interna del individuo a la estructura del entorno: los modelos mentales persiguen un equilibrio entre la mente y el entorno.

Sin embargo, distinguir lo relevante de lo irrelevante no es algo que se haga de forma consciente; es decir, el sujeto no escoge conscientemente cómo abstraer, evaluando qué es lo más general, o lo más útil: es el ambiente sociocultural en el que vive el que decide, en gran medida, por él (Barton, 2008b, pp. 80-82). El autor explica este hecho mediante la noción de *candados mentales*. Los candados mentales son una suerte de recorridos que las metáforas fundamentales trazan en nuestro pensamiento, manteniendo unas puertas abiertas, y cerrando otras; privilegiando algunos aspectos de la situación, y ocultando otros. Estas puertas, las abiertas y las cerradas, son determinantes a la hora de construir el modelo mental (pp. 94-95). Por tanto, lo que se genera es una plausabilidad subjetiva en cuanto al mundo (Seel, 2001): los modelos mentales "no son completos, no contienen todos los elementos del sistema que quieren representar" (Gutierrez, 2005, p. 212).

En las dos primeras secciones de este capítulo hemos reflexionado sobre cuestiones que Gavarrete (2013) ubica en los dos primeros periodos de su propuesta de descripción histórica de las Etnomatemáticas. En concreto, hemos abordado "las discusiones de lo 'lingüístico y sociocultural' de las matemáticas" y "los aspectos epistemológicos", promoviendo "una perspectiva relativista de las mismas" (pp. 129-130).

Consideramos, además, que la pregunta ¿dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático? ha quedado en parte respondida. Sin embargo, nos parece interesante plantearla, pues nos permitirá saltar al tercer y aún vigente periodo histórico, y reflexionar sobre "las matemáticas desde la educación" (p. 130), así como sobre la dimensión política de éstas (Gavarrete, 2013).

4.3. ¿DÓNDE Y CUÁNDO SE PRODUCE EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO?

Tal y como anticipábamos, las reflexiones elaboradas para responder a las preguntas *qué* y *cómo* nos llevan a las respuestas de *dónde* y *cuándo*: el conocimiento matemático se produce en el seno de un grupo, cuando un individuo aprende a interactuar con éxito con los aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales que le rodean, generando nuevas comprensiones de este entorno.

Pero el ser humano no sólo aprende: también enseña. Esta labor, tradicionalmente delegada en los adultos, en las actuales sociedades globalizadas la cumplen (al menos parcialmente) unas instituciones especializadas que "tienen como misión completar la acción educativa espontánea de los adultos" (Delval, 2012, p. 2).

Estas instituciones, tradicionalmente reservadas para las élites socioeconómicas, se abren gradualmente a la sociedad, al implantarse los sistemas escolares nacionales primero (a comienzos del siglo XIX) y la educación obligatoria después (tras la Segunda Guerra Mundial). Esto lleva a la necesidad de formar un mayor número de profesores y mejorar su preparación personal; en este contexto se da el surgimiento y la posterior institucionalización (a partir de los años sesenta) de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica (Rico y Sierra, 2000).

Las disciplinas que, históricamente, más han influido en las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas son la Psicología y las Matemáticas (Rico y Sierra, 2000). Así, se ha tendido a centrar los estudios, o bien en las personas (discentes y/o docentes), a través de la Psicología Cognitiva; o bien en el contenido matemático, a través de las Matemáticas.

Sin embargo, a finales de los años 70 y principios de los 80 parte de la comunidad de educadores matemáticos (tanto investigadores como profesores) empieza a cuestionar el eurocentrismo relativo a las matemáticas y su historia (Gerdes, 1991b, p. 28). Aquellos que defienden que diferentes matemáticas son equivalentes en la dimensión epistemológica comienzan a problematizar el hecho de que, en el plano sociológico, las diferencias constituyan desigualdades (Knijnik, 1998, 2012). Knijnik es una de las autoras que explica en clave teórica la hegemonía de las matemáticas occidentales en la mayoría de los currículos matemáticos escolares (Barton, 2008a).

4.3.1. Dimensión política de la educación matemática

Esta autora ve en las ideas de Foucault herramientas útiles para entender este proceso de jerarquización que privilegia las matemáticas occidentales (Knijnik y Wanderer, 2010): introduce la noción de poder, y reflexiona en torno a la relación biunívoca entre poder y verdad.

Al asumir que la verdad es aquello que se dice que es verdadero (lo cual equivale a decir que la razón no descubre las verdades, sino que las inventa; Knijnik y Wanderer, 2013), se concluye que en cada sociedad existe un *régimen de la verdad*; es decir, un conjunto de (a) discursos que se aceptan y se hace que funcionen como verdades; y (b) mecanismos que permiten distinguir lo verdadero de lo falso. El poder controla el régimen de la verdad mediante cierto número de procedimientos; entre ellos están las *disciplinas* (Knijnik, 2012).

Las disciplinas científicas nacen en el periodo de la Ilustración, con el fin de que la universidad pueda seleccionar, clasificar y distribuir el conocimiento en la sociedad; y generar mecanismos de control en la regularización de las enunciaciones. De esta manera, se vuelve posible saber (a) quién habla (su estatus) y quién está cualificado para hacerlo; (b) a qué nivel y dentro de qué disciplina se sitúa el estamento; y (c) el grado de similitud a otras formas y tipologías de conocimiento (Knijnik y Wanderer, 2010). Esto permite, mediante procesos de *universalización*, *rechazo* y *aislamiento* (Barton, 2008b), organizar la ciencia moderna y, más concretamente, las Matemáticas.

Creemos interesante, antes de proseguir, ahondar en estos procesos de universalización, rechazo y aislamiento (estas nociones nos serán útiles en reflexiones del Capítulo 5).

4.3.2. MECANISMOS DE UNIVERSALIZACIÓN

Barton (2008b) denomina universalización de las matemáticas a las formas en las que las matemáticas normalizan o conectan nuevas ideas a lo establecido, cualquiera que sean sus orígenes. Distingue tres métodos:

- *Snapping to Grid*. Se traducen las nuevas ideas a la terminología existente, arrancándoles los aspectos que las distinguen (en particular, quitándoles sus características culturales).
- *Subsunción*. Se relega la idea al estatus de un ejemplo, reforzando así la idea de que una noción anclada a un contexto cultural dado puede ser un ejemplo de las matemáticas, pero sin identidad matemática propia.
- *Apropiación*. Se reconoce la verdad y la originalidad de las ideas; se asume, sin embargo, que constituyen una nueva categoría de una jerarquía ya existente.

La universalización se complementa con mecanismos que rechazan y aíslan otras ideas si no encajan con convenciones matemáticas existentes. Con todo, el efecto es retener la idea de que todas las matemáticas van de la mano: no se reta la racionalidad y exactitud de las Matemáticas (Barton, 2008b, pp. 108-115).

Los discursos inscritos en este sistema de control del conocimiento establecen lo que funciona como verdadero en el campo de la Educación Matemática (Knijnik y Wanderer, 2013); el sistema educacional se vuelve, así, un medio político para controlar la apropiación del discurso de las Matemáticas (Knijnik, 2012).

Las dos principales componentes de la acción educativa son, según Oliveras (2006), “los modelos educativos y el currículo” (p. 139). El *currículo* es una estrategia educativa (D’Ambrosio, 2007) que establece “qué cultura debe enseñarse en la escuela” y tiene, por tanto, un claro “significado político” (Díaz, 2006, p. 88); los *modelos docentes* “sintetizan tanto las actuaciones que debe realizar el profesor y los alumnos, dentro del ámbito denominado aula, como las funciones marcadas por el currículo de matemáticas” (Oliveras, 2006, p. 139). Utilizando el lenguaje foucaultiano, el currículo es, entonces, la herramienta que establece el discurso, y los modelos docentes explicitan los rituales que han de acompañarlo (Knijnik, 2012).

Analizamos, a continuación, las dos dimensiones de la acción educativa (el currículum y el modelo docente) por separado, para ahondar en los efectos que ha producido la occidentalización (más que globalización) de las matemáticas académicas y escolares (Appelbaum et al., 2009); mostramos, a su vez, algunas respuestas y propuestas de las Etnomatemáticas en cada una de estas dimensiones.

4.3.3. CURRÍCULUM

> El filósofo y matemático René Descartes utilizó la imagen de un árbol para describir el conjunto de conocimientos. En esta imagen, las raíces representarían el conocimiento original; el tronco, la filosofía, encargada de soportar el todo y sus ramas; las diferentes disciplinas estarían subdivididas por las ramas. De acuerdo al autor, aun con esta idea de segmentación y subdivisión, la imagen del árbol siempre vuelve a su totalidad, puesto que hay un solo árbol y, más allá del conocimiento de las partes, podemos alcanzar el conocimiento del todo. (Giongo y Knijnik, 2010, p. 11; traducción propia)

Este paradigma cartesiano se reproduce en la educación (Giongo y Knijnik, 2010). Sin embargo, Morin (1999) niega que, mediante el conocimiento de las ramas, los estudiantes puedan llegar a conocer el árbol. Aduce que esta desunión, división y compartimentación de los saberes impide ver (a) lo global (extrae al objeto de su conjunto); (b) los problemas particulares (extrae al objeto de su contexto); y (c) lo *complejo* (rechaza lazos e intercomunicaciones con su medio). Aboga por visibilizar estas cualidades, que quedan ocultas al “disminuir el conocimiento de un todo al conocimiento de sus partes, como si la organización de un todo no produjese cualidades o propiedades nuevas con relación a las partes consideradas aisladamente” (pp. 15-19).

Este autor concibe el mundo como un conjunto de “realidades y problemas cada vez más polidisciplinares, transversales, multidimensionales, transnacionales, globales, planetarios” (Morin, 1999, p. 15). Defiende, por tanto, que la educación ha de servir para fomentar la comprensión entre diferentes culturas, superando los obstáculos tanto *externos* (ruido en la transmisión de información, polisemia de una noción, ignorancia de ritos y costumbres del otro, incomprensión de valores y cosmovisión de la otra cultura, etc.) como *internos* (indiferencia, egocentrismo, etnocentrismo, sociocentrismo, etc.). Para ello, se cree necesario trasladar lo relativo del conocimiento al aula, haciendo que los alumnos sean conscientes de la "incertidumbre de lo real" (p. 46); es decir, fomentando la asunción de que "las ideas y teorías no reflejan sino traducen la realidad" (p. 47), y que "los individuos conocen, piensan y actúan según los paradigmas inscritos culturalmente en ellos" (p. 9).

En este sentido, D'Ambrosio (2002) afirma que la educación debe posibilitar que el educando adquiera y utilice instrumentos analíticos, comunicativos y materiales esenciales para que pueda ejercer todos los derechos y deberes instrínsecos a la ciudadanía. Para ello, propone organizar las estrategias de enseñanza en tres vertientes: *literacia*, *materacia* y *tecnoracia* (D'Ambrosio, 2002, 2007, 2013).

- *Literacia.* La literacia tiene que ver con el uso de instrumentos comunicativos; es decir, con "la capacidad de procesar información escrita y hablada, lo que incluye lectura, escritura, cálculo, diálogo, medios, internet en la vida cotidiana" (D'Ambrosio, 2002, p. 57). En esta vertiente estarían incluidas, por tanto, la numeracia (manipulación de números y operaciones), la interpretación de gráficos y tablas, y otras formas de transmitir información (D'Ambrosio, 2007).

- *Materacia.* El término materacia hace referencia al manejo de instrumentos analíticos; es decir, a "la capacidad de interpretar y analizar signos y códigos, (…) de elaborar abstracciones sobre representaciones de la realidad" (D'Ambrosio, 2002, p. 57). Está relacionado, por tanto, con la capacidad de inferir, proponer hipótesis, y esbozar conclusiones a partir de una información dada: es un primer paso hacia una actitud intelectual, hacia una reflexión más profunda sobre lo humano y la sociedad (D'Ambrosio, 2007).

- *Tecnoracia.* Esta última vertiente se asocia a la manipulación de instrumentos materiales; es decir, a "la capacidad de usar y combinar instrumentos, (…) evaluando sus posibilidades, sus limitaciones y su adecuación a necesidades y situaciones diversas" (D'Ambrosio, 2002, p. 57). Se trata de fomentar una familiaridad crítica con la tecnología, que impregna la sociedad moderna, transmitiendo las ideas básicas que están detrás de los instrumentos tecnológicos, sus posibilidades y sus peligros (D'Ambrosio, 2007).

4.3.4. MODELO DOCENTE

Las posiciones epistemológicas históricamente adoptadas han dado pie a numerosas formas de concebir los procesos de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas. Gascón (2001) hace un repaso de los distintos modelos docentes a partir de "la dimensión (o dimensiones) del proceso de estudio de las matemáticas que dicho modelo enfatiza", afirmando que este énfasis está asociado a "un modelo epistemológico general de las matemáticas". Siguiendo el orden en el que hemos descrito, en la primera sección, las distintas posiciones epistemológicas adoptadas a lo largo de la historia, pasamos a describir los modelos docentes que derivan de éstas, si bien, tal y como este autor menciona reiteradamente, éstos "se encuentran entremezclados en las actuales instituciones didácticas y, por tanto, no existen –ni han existido nunca– en estado puro" (p. 22).

El euclideanismo ha dado pie a dos formas de interpretar el saber matemático dentro del sistema de enseñanza: el *teoricismo* y el *tecnicismo*.

- *Teoricismo*. El teoricismo concibe la resolución de problemas como una actividad secundaria: puede servir para introducir, justificar o consolidar los conceptos teóricos, mas no se considera que constituya, de por sí, un conocimiento matemático. Se enfatizan "los conocimientos acabados y cristalizados en 'teorías'" (Gascón, 2001, p. 5): enseñar y aprender matemáticas equivale a enseñar y aprender teorías acabadas. Se materializa, por tanto, el rol históricamente adjudicado al profesor de matemáticas: el de un matemático que no crea, sólo reproduce (Oliveras, 1996, p. 64).

- *Tecnicismo*. Existe, según Gascón (2001), una tendencia histórica a recurrir, después de épocas fuertemente teoricistas (como la de la Matemática Moderna en los años sesenta y setenta), a modelos docentes que privilegian el trabajo de la técnica. Estos modelos, denominados tecnicistas, identifican enseñar y aprender matemáticas con enseñar y aprender técnicas algorítmicas; proponen, por tanto, ejercicios que sirven de entrenamiento para llegar a dominar ciertas técnicas algorítmicas, dejando a un lado los problemas "cuya dificultad principal consiste en escoger las técnicas adecuadas para construir una 'estrategia de resolución'" (Gascón, 2001, p. 7).

La actividad matemática exploratoria, dejada de lado en los enfoques derivados del euclideanismo, gana protagonismo con la llegada del modelo epistemológico cuasi-empírico. Emergen dos postulados docentes: el *modernismo* y el *procedimentalismo* (Gascón, 2001).

- *Modernismo*. Este modelo toma la actividad de resolución de problemas no triviales como "eje y finalidad de la actividad matemática y, por tanto, de todo el proceso didáctico". Se le concede, por tanto, una "preeminencia absoluta al *momento exploratorio*". El modernismo, junto con el tecnicismo y el teoricismo, destaca por su carácter reduccionista: "cada uno de ellos *enfatiza una única dimensión de la actividad matemática, ignorando las restantes*" (Gascón, 2001, pp. 11-12; énfasis del autor).

- *Procedimentalismo*. El procedimentalismo constituye una respuesta a los enfoques tecnicista y modernista: busca posibilitar "*el diseño, la utilización y el dominio de estrategias complejas de resolución de problemas*" (Gascón, 2001, p. 13; énfasis del autor), lo cual supone una ampliación de las clases algorítmicas de problemas consideradas por el tecnicismo, y una limitación para el "universo de problemas potencialmente utilizables" (p. 14) propuesto por el modernismo. Al trabajar la resolución de problemas no triviales, se relacionan funcionalmente dos actividades matemáticas: explorar y trabajar la técnica.

Con la epistemología constructivista, se pasa a la relación de equivalencia entre "enseñar las matemáticas" y "posibilitar que el alumnado construya conocimientos matemáticos". Sin embargo, existen diversas formas de concebir esta construcción; entre ellas están el *constructivismo psicológico* y el *constructivismo matemático*.

- *Constructivismo psicológico*. Al describir una *situación problema*, se establece que el alumno ha de poder a) considerar lo que es una situación posible; y b) decidir si una solución determinada es correcta o no. Se relaciona, por tanto, el momento exploratorio con el momento tecnológico-teórico (justificaciones e interpretaciones de la práctica matemática), lo cual supone un avance con respecto a modelos docentes *unidimensionales*. Sin embargo, queda implícita la naturaleza matemática de la actividad de construcción, así como el contexto en el que éste se realiza, al concebirlo como un proceso psicológico, y no como "una actividad con relevancia matemática en sí misma" (Gascón, 2001).

- *Constructivismo matemático*. El constructivismo matemático constituye un punto de inflexión respecto a este último aspecto. Identifica aprender matemáticas con construir conocimientos matemáticos relativos a un sistema (matemático o extramatemático) mediante la modelización. Se operativiza este proceso de modelización, identificando cuatro estadios básicos: a) situación problemática en la que se conjetura y formulan preguntas; b) identificación del sistema que subyace a la situación problemática y elaboración del modelo; c) trabajo dentro del modelo, interpretación de este trabajo y resultados; y d) búsqueda de problemas nuevos que respondan a cuestiones relativas al sistema. El objetivo pasa a ser, por tanto, la obtención de conocimientos sobre el sistema modelizado: la actividad de construcción adquiere un interés matemático; esto hace que la relación funcional establecida entre el momento exploratorio y el tecnológico-teórico sea más equilibrada que en el modelo psicológico.

Desde la perspectiva epistemológica adoptada por las Etnomatemáticas, se considera importante tener en cuenta los procesos sociales que ocurren en los sistemas didácticos y los efectos que éstos producen; por tanto, el contexto cultural y sociopolítico gana relevancia en estos estudios. Por ello, para caracterizar las diferentes propuestas educativas etnomatemáticas, consideramos importante partir de los contextos en los que estos procesos se dan; abordamos este reto en el Capítulo 5.

4.4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En este capítulo hemos fusionado la estructura de las tres preguntas y las siete disciplinas (las seis tomadas del modelo MEDIPSA y la Lingüística) con las reflexiones teóricas de la muestra analizada en la revisión bibliográfica. Hemos incorporado, a su vez, elementos de un modelo MEDIPSA (Oliveras, 1996a) previamente actualizado y reestructurado; estas aportaciones han servido para enriquecer y cohesionar nuestro sistema de ideas.

Mostramos el esqueleto de esta fusión en la Tabla 4.1, clasificando el contenido en función de (a) la disciplina en la que se enmarca, y (b) la fuente de la que proviene la información.

Tabla 4.1.
Contenido del Capítulo 4 clasificado en función de disciplinas y fuentes de información.

Pregunta	**Disciplina**	**Fuente de información**		
		MEDIPSA	Actualización	Revisión bibliográfica
¿Qué es el conocimiento matemático?	Epistemología	Evolución en Epistemología de las Ciencias (Oliveras, 1996a).	Evolución en Epistenología de las matemáticas (Gascón, 2001).	Existencia de más de una única matemática (Knijnik y Wanderer, 2013).
		Estudio del conocimiento desde el contexto.		
	Matemáticas	-	-	Definición de matemáticas a partir del posicionamiento epistemológico adoptado (Barton, 1999; D'Ambrosio, 2008; Knijnik y Wanderer, 2010).
	Lingüística	-	-	Lingüística como herramienta para profundizar en la naturaleza de diferentes matemáticas (relación lenguaje-matemáticas; Barton, 2008b).
¿Cómo se produce el conocimiento matemático?	Antropología	-	Definición de cultura de Lamo de Espinosa et al. (1994). Definición de cultura de Huxley (1955).	Matemáticas como emergentes de la práctica (Gerdes, 1991a).
	Psicología	Cognición situada: interacciones entre aprendices y situaciones. Dominios conceptuales y conocimientos previos. (Greeno, 1991)	Cognición situada: modelos mentales (Seel, 2001).	Cognición lingüística: metáforas fundamentales y candados mentales (Barton, 2008b).
¿Dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático?	Sociología	-	-	Las relaciones de poder en la transmisión de conocimiento: régimen de la verdad (Knijnik et al., 2005; Knijnik y Wanderer, 2010, 2013; Knijnik, 2012).
	Didáctica	-	Propuesta curricular: Morin (1999). Modelos docentes que derivan de posturas epistemológicas históricamente adoptadas (Gascón, 2001).	Propuesta curricular: D'Ambrosio (2002, 2007, 2013).

Si concebimos la Tabla 4.1 como una matriz, observamos que algunas celdas de ésta están vacías: la celda *Antropología/MEDIPSA*, por ejemplo, está sin rellenar. Esto no quiere decir que el modelo MEDIPSA no incluya reflexiones antropológicas; significa que, a la hora de redactar el artículo, hemos decidido incluir ideas de otras fuentes, para preservar la coherencia y la cohesión en nuestras reflexiones.

Pasando de la estructura al contenido, destacamos, a continuación, algunas nociones clave de todo lo expuesto en este capítulo.

Las respuestas a las primeras dos preguntas nos han llevado a concebir las matemáticas como (a) un producto social y cultural, y (b) una forma de pensar individual; hemos visto, a su vez, la forma en la que interactúan estas dos dimensiones. Con la tercera pregunta hemos saltado a la dimensión social de las matemáticas y la educación matemática y visto que, si bien se acepta la equivalencia epistemológica de diferentes matemáticas, no ocurre así cuando éstas se contemplan desde una dimensión sociológica: los conocimientos matemáticos se jerarquizan mediante estructuras de poder y regímenes de verdad, dando a las matemáticas académicas y escolares un carácter omnipresente y transcultural, y ubicándolas en la cúspide de la pirámide.

Por tanto, para definir las matemáticas hemos de tener en cuenta ambas dimensiones, la epistémica y la sociológica. Al hacerlo, cobra sentido la metáfora de las matemáticas de Oliveras (2000), que mostramos en la Figura 4.1.

Figura 4.1. Metáfora de las matemáticas según Oliveras (2000).

Esta metáfora concibe las matemáticas como un trébol,

> con una hoja que las caracteriza como ciencia, otra hoja que indica que son una manifestación cultural inseparable del resto de los aspectos de cada cultura y la tercera hoja que simboliza que son parte de nuestra forma de pensar y de concebir el mundo. (Oliveras, 2000)

CAPÍTULO 5. ACCIONES ETNOMATEMÁTICAS ORIENTADAS A LA PRÁCTICA EDUCATIVA

En este capítulo caracterizamos el trabajo educativo que se ha ido desarrollado desde las Etnomatemáticas, y lo hacemos (en concordancia con posicionamientos adoptados en el Capítulo 4) teniendo en cuenta (a) los procesos sociales que ocurren en los sistemas didácticos, y (b) los efectos que éstos producen. Nos apoyamos, para ello, en la categorización elaborada a partir del modelo MOMUME (Oliveras, 2008a, 2008b).

La subcategorización instrumental *Contexto geográfico y/o sociopolítico* establece tres tipos de entornos en los que tienen lugar los trabajos que conforman nuestra muestra: *países no occidentales con sistema educativo occidentalizado* (PNO), *movimientos sociales e indígenas* (MSI), y *multiculturalidad en Occidente* (MO). Mostramos en la Figura 5.1 la clasificación de los 48 estudios a partir de esta categorización.

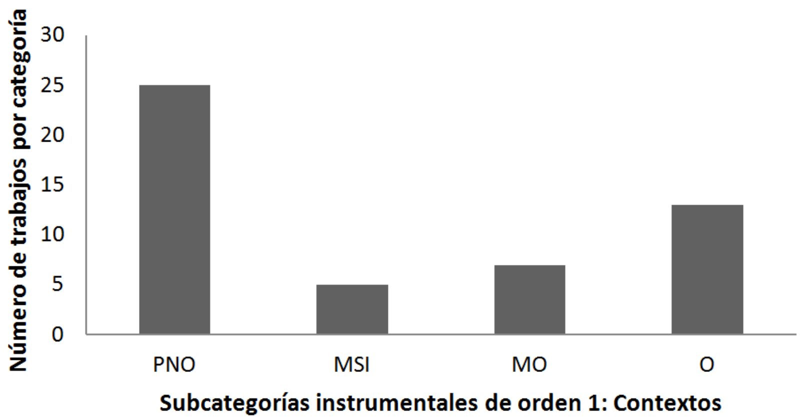


Figura 5.1. Categorización de los trabajos conforme a su contexto. PNO = Países no occidentales con sistema educativo occidentalizado; MSI = Movimientos sociales e indígenas; MO = Multiculturalidad en Occidente; O = Otros.

Damos cuenta de las acciones etnomatemáticas orientadas a la práctica educativa considerando las tipologías PNO, MSI y MO por separado. Sustentamos nuestras descripciones e interpretaciones con gráficos que ilustran las categorías emergentes del modelo MOMUME (Oliveras, 2008a, 2008b). Mostramos, en cada momento, las dimensiones de categorización (categorías instrumentales, subcategorías instrumentales de orden 1 y/o subcategorías instrumentales de orden 2) que más enriquecen nuestras descripciones, las que más información arrojan a cada respecto. El capítulo finaliza, al igual que el anterior, con una discusión de los resultados y las consiguientes conclusiones.

5.1. ACCIONES SITUADAS EN PAÍSES NO OCCIDENTALES CON SISTEMA EDUCATIVO OCCIDENTALIZADO

Mostramos, en la Figura 5.2, los tipos de trabajo que se han realizado en torno a esta realidad geográfica y sociopolítica.

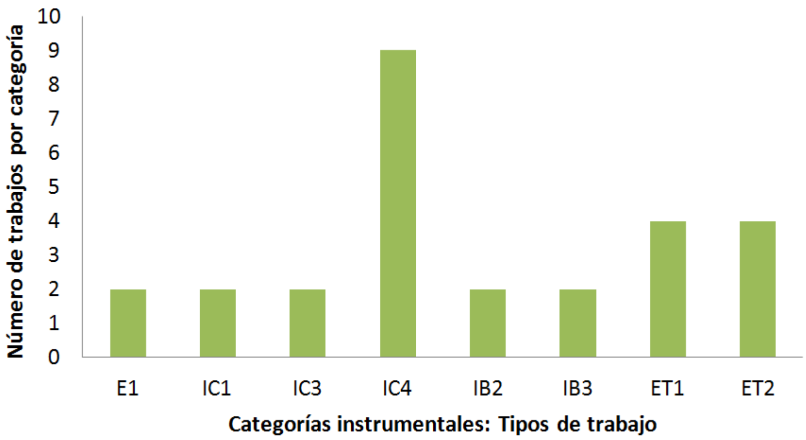


Figura 5.2. Tipos de trabajo realizados en el contexto PNO. E1 = Descripción de recursos didácticos que favorecen la educación intercultural; IC1 = Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores; IC3 = Desarrollo y análisis de recursos que permiten y favorecen la educación intercultural; IC4 = Estudio antropológico; IB2= Proyectos y propuestas de enseñanza intercultural para ser desarrolladas; IB3 = Análisis de modelo docente; ET1 = Análisis de teorías y modelos sobre Multiculturalidad y Educación Matemática; ET2 = Elaboración de teorías que forman parte de las bases filosóficas de las Etnomatemáticas.

En la Figura 5.2 se aprecia que los trabajos se dividen en 8 tipologías; estas tipologías se clasifican, a su vez, mediante cuatro categorías más genéricas: experiencias (E), investigaciones de campo (IC), investigaciones básicas (IB) y estudios teóricos (ET). Para nuestro análisis vamos a dividir estas categorías en dos modalidades: (a) estudios teóricos; y (b) investigaciones básicas, de campo, y experiencias. Esbozamos, mediante los primeros, una imagen global de estas realidades, centrándonos en el papel que la educación matemática juega en ellas. Continuamos con las segundas, que permiten profundizar en problemas y retos particulares que las Etnomatemáticas afrontan y abordan.

Empezamos, por tanto, describiendo las interacciones entre esta realidad sociocultural y la educación matemática, tomando como base las categorías de contenido de los estudios teóricos. Mostramos esta categorización en la Figura 5.3.

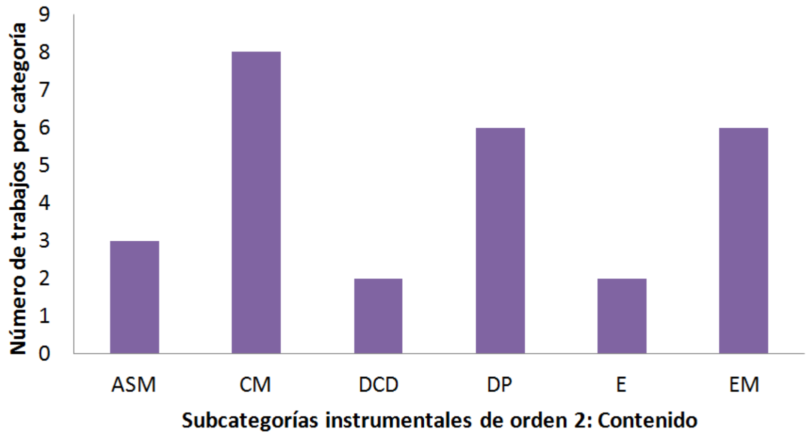


Figura 5.3. Categorías de contenido presentes en estudios teóricos. ASM = Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum de Matemáticas; DCD = Dificultades en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización; DP = Dimensión política de la educación matemática; E = Evaluación: éxito, fracaso; EM = Epistemología de las matemáticas.

En el capítulo anterior hemos definido el currículum escolar como una estrategia educativa (D'Ambrosio, 2007) que establece "qué cultura debe enseñarse en la escuela" (Díaz, 2006, p. 88). Si bien las matemáticas han sido históricamente vistas como "el paradigma del conocimiento acontextual y transcultural" (Goñi, 2006, p. 5), un posicionamiento epistémico relativista lleva a varios autores a negar que las matemáticas estén exentas de influencias culturales y, por tanto, a concebir el currículum de matemáticas como transmisor de valores inscritos en la racionalidad occidental. Por ello, definen el periodo educacional de alumnos que acuden a escuelas occidentalizadas de países no occidentales como un proceso de conversión en el que se pretende que el discente olvide y rechace las raíces que trae de casa (D'Ambrosio, 2002; Knijnik, 2012). Afirman que los niños aprenden en sus casas y comunidades, durante su etapa preescolar, modos propios de trabajar con números, operaciones y nociones geométricas; sin embargo, al llegar a la escuela, estos conocimientos chocan con los métodos occidentales de expresión y simbolización. Esto supone una dificultad que deriva, según (Gerdes, 1991b, p. 21), en un bloqueo psicológico que hace que las habilidades espontáneamente adquiridas fuera de la escuela se olviden, a la par que las nuevas no se asimilan.

De la tesis de Gerdes se deriva que el currículum matemático no está adaptado a las culturas y las necesidades de estos países, lo cual contribuye a que (a) los niveles de escolaridad sean muy bajos; (b) la ansiedad provocada por las matemáticas esté ampliamente extendida; y (c) muchos niños y profesores vivan la matemática como algo ajeno e inútil, importado desde fuera (Gerdes, 1996c).

Una segunda variable entra en juego cuando se considera el rol político de las matemáticas escolares y académicas: la sociedad establece que aquellos a los que se les da bien esta disciplina son genios, y estigmatiza a los que tienen dificultades. Por tanto, al evaluar a las personas mediante el binomio éxito/fracaso, estas matemáticas se convierten en selectoras de élites intelectuales (Barton, 2008b, p. 169; D’Ambrosio, 2013).

En resumen, mientras la sociedad global mide la inteligencia de personas y grupos en función de sus logros matemáticos, el fracaso en matemáticas está ampliamente extendido en estos países, lo cual mina la autoestima de estos pueblos (Gerdes, 1991b, p. 21).

Uno de los objetivos primordiales de las Etnomatemáticas es, por tanto, ayudar a que los pueblos recuperen la autoconfianza, tanto individual como colectiva (Gerdes, 1991b, p. 5). Una conclusión lógica de lo hasta ahora dicho es que, para ello, es necesario ubicar la cultura en el corazón de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Knijnik, 2012), de modo que éstos se encuadren mejor en el contexto de estudiantes y profesores.

Para conseguirlo, los estudios etnomatemáticos analizan (a) tradiciones matemáticas que sobrevivieron a la colonización, para evaluar posibilidades de incorporarlas al currículum; y (b) elementos culturales que puedan servir como punto de partida para introducir actividades matemáticas. En otras palabras, ven en los artefactos, sociofactos y mentifactos propios de estas culturas recursos potenciales para un currículum matemático que compatibilice las prácticas populares con las matemáticas escolares (Gerdes, 1991b, p. 5).

Se piensa que incluir estas iniciativas en los currículos escolares permite empezar desde donde el aprendiz está y desde sus intereses; y poner una cara humana a las matemáticas (Begg, 2001). Esto puede contribuir a que (a) se valoricen las raíces científicas inherentes a la cultura; y (b) los estudiantes se den cuenta de que conocen más matemáticas de lo que las evaluaciones tradicionales muestran. Puede, por tanto, influir en el refortalecimiento de la autoconfianza individual y colectiva de la que hacíamos mención (Gerdes, 1991b, pp. 22-23).

Describimos más de cerca estas iniciativas mediante los trabajos que hemos incluido dentro de la segunda modalidad; mostramos las categorías de contenido de éstos en la Figura 5.4.

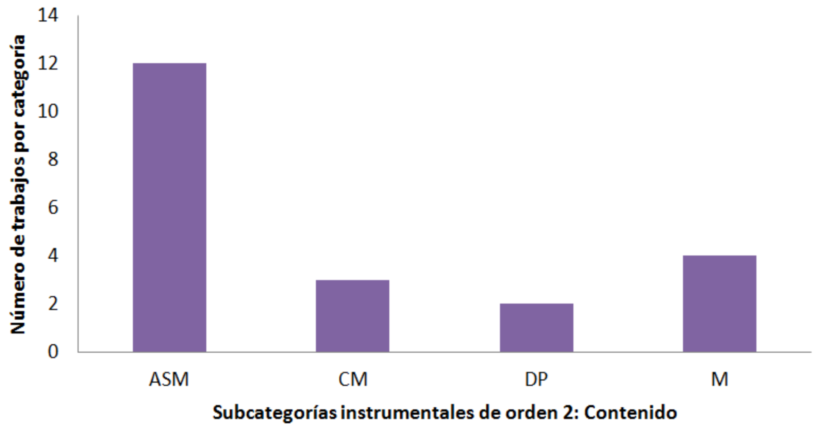


Figura 5.4. Categorías de contenido presentes en investigaciones básicas, de campo y experiencias. ASM = Artefactos, sociofactos y mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum matemático; DP = Dimensión política de la educación matemática; M = Multilingüismo.

Esta categorización MOMUME nos lleva a distinguir dos tipologías de estudios: (a) trabajos que desarrollan, a partir de artefactos, sociofactos y mentifactos, recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; y (b) investigaciones que versan sobre interrelaciones entre el fenómeno del multilingüismo y la educación matemática. Encontramos alusiones al currículum matemático y a la dimensión política de éste en ambas tipologías.

5.1.1. Matemáticas en artefactos, sociofactos y mentifactos

Mostramos, en la Figura 5.5 la categorización MOMUME de acciones que se realizan y/o analizan en los estudios del tipo (a).

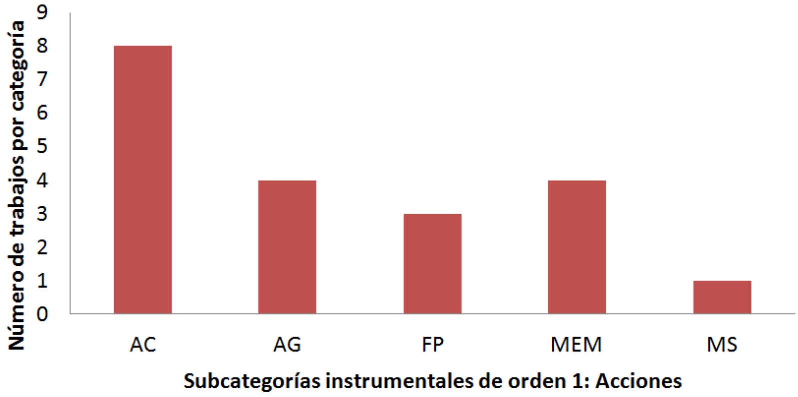


Figura 5.5. Categorización de acciones de trabajos tipo (a). AC = Actividades propias de la cultura (de supervivencia, organización espacio-temporal, ocio, etc.); AG = Actividades gremiales; FP = Formación de profesores; MEM = Matemáticas en enseñanza elemental o media; MS = Matemáticas en enseñanza superior.

Como ya indicamos, el fin último de los trabajos etnomatemáticos es incidir en la educación, si bien algunos de éstos son estudios antropológicos (sin implicaciones educativas explícitas) que buscan en artefactos sociofactos y/o mentifactos de una cultura dada indicadores del pensamiento matemático implicado en su elaboración (Cherinda, 1994b; Gerdes, 1991a; Ismael, 1994; Soares, 1994) o uso (Albertí y Gorgorió, 2006).

No obstante, la mayoría de las iniciativas etnomatemáticas indagan en actividades propias de las culturas (elaboración de material, organización espacio-temporal, ocio, supervivencia,…) en busca de recursos para la enseñanza de las matemáticas tanto en educación elemental o media (Cherinda, 1994a; Gerdes, 1997, 2002) como en educación superior (Gerdes, 1996b, 2007). Algunos inscriben esta búsqueda en programas de cursos universitarios, de forma que son los propios profesores en formación los que analizan prácticas culturales (y/o gremiales) de sus conciudadanos en busca de matemáticas (Gerdes, 2003; Mapapá, 1994; Soares e Ismael, 1994).

Ejemplificamos estos estudios mediante el trabajo elaborado por Gerdes (1991b, 1996b, 1997, 2002, 2007) en torno a los *sona* del pueblo Tchokwe, grupo cultural que habita en el nordeste de Angola (África).

Los sona

> Cuando los Tchokwe se encuentran en el centro de la aldea o en el campamento de caza, sentados alrededor de la hoguera o a la sombra de árboles frondosos, suelen pasar el tiempo conversando, e ilustrando estas conversaciones con diseños en la arena. A estos diseños se les llama *lusona* (en singular) o *sona* (en plural). (Gerdes, 2002, p. 13; traducción propia)
>
> Muchos de ellos se remontan a una vieja tradición: simbolizan proverbios, fábulas, juegos, acertijos, animales, etc. y juegan un papel importante en la transmisión de conocimiento de una generación a otra. Estos diseños monolineares han de ser ejecutados suave y continuamente, pues cualquier vacilación por parte del *akwa kuta sona* (aquel que sabe diseñar) es interpretada por la audiencia como una imperfección o falta de conocimiento. (Gerdes, 1991b, p. 49; traducción propia)

Para facilitar la memorización de los pictogramas, una vez alisada la tierra los akwa kuta sona marcan con las puntas de los dedos una red ortogonal de puntos equidistantes (el número de filas y columnas depende del motivo a representar). En la Figura 5.6 se muestra un lusona que representa a una leona con dos crías.

Figura 5.6. Lusona que representa a una leona con dos crías.

Algunos de estos diseños satisfacen un principio común de construcción: las curvas son una versión suavizada de un recorrido poligonal cerrado, descrito por un *rayo de luz* emitido desde un punto A. El rayo de luz se refleja en los lados del rectángulo, a la par que en *espejos* con los que se encuentra a lo largo del recorrido (Gerdes, 1996b, p. 17). Ilustramos lo descrito en la Figura 5.7, y describimos, a continuación, el material didáctico-matemático que Gerdes elabora partiendo de estos diseños.

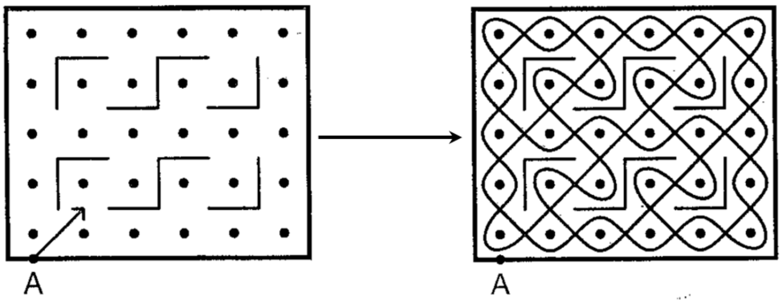


Figura 5.7. Principio de construcción de un lusona.

Máximo común divisor. Para ciertos tipos de sona se cumple lo siguiente. El número de líneas cerradas que se necesitan para construir el diseño es el máximo común divisor del número de filas y de columnas del geoplano constituido por los puntos dibujados en la arena. En concreto, para que el diseño sea monolinear, se tiene que cumplir que el número de filas y de columnas sean primos entre sí. Esto permite formular un modelo didáctico geométrico para trabajar la noción de máximo común divisor de dos números naturales (Gerdes, 1991b, 1997). Ilustramos esta idea en la Figura 5.8.

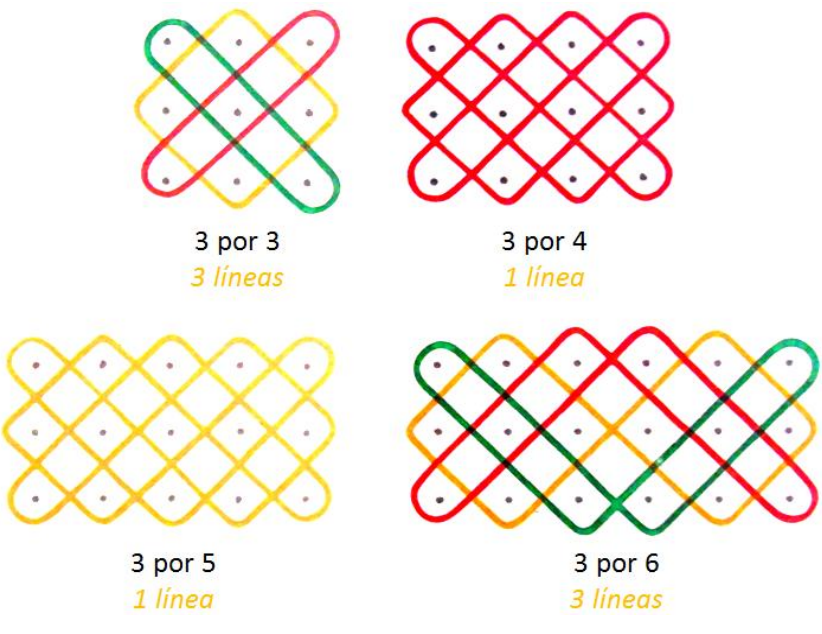


Figura 5.8. Noción de máximo común divisor de dos números naturales mediante los sona.

Algoritmos y patrones. El principio de construcción de un lusona viene dado por (a) el número de filas y columnas del geoplano constituido por los puntos en la arena; y (b) la ubicación de los espejos. Los sona pueden utilizarse, entonces, para trabajar con algoritmos geométricos: dado un principio de construcción, el estudiante puede dibujar el lusona correspondiente; también puede construir algoritmos y diseñar sus propios sona (Gerdes, 1997, 2002). Asimismo, se puede trabajar la detección de patrones dando una secuencia de sona de tamaños diferentes construidos mediante el mismo principio, y pidiendo al alumno que dibuje el sona que falta en la secuencia (Gerdes, 2002). En la Figura 5.9 mostramos una secuencia de sona con patrones de construcción equivalentes.

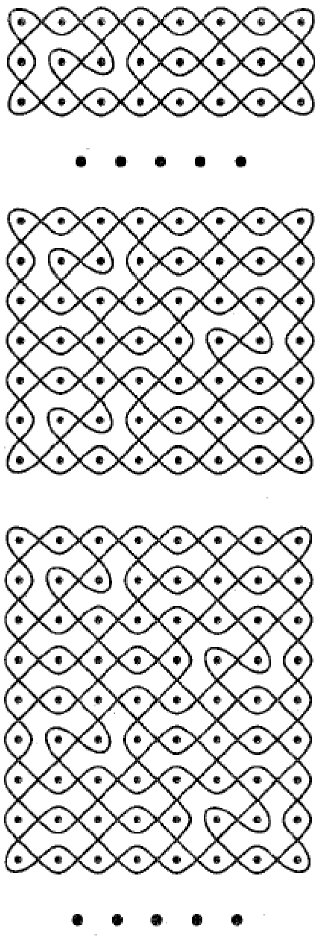


Figura 5.9. Secuencia de sona con patrones de construcción equivalentes.

Diseños Lunda (Lunda-designs). Cuando los sona se dibujan en un papel cuadriculado, dejando una distancia de dos unidades entre dos puntos sucesivos, se pueden ir enumerando los cuadrados por los que va pasando el dibujo. Si estos números se escriben en módulo 2, y se colorean los cuadrados que tienen el número 0 en negro y los que tienen el número 1 en blanco, se obtienen unos diseños en blanco y negro que se pueden concebir como matrices. Algunos de estos diseños, que Gerdes (1996b, p. 35) denomina *diseños Lunda* (*Lunda Designs*), cumplen cuatro propiedades de simetría que los caracterizan: un diseño en blanco y negro es un diseño Lunda si y solo si el diseño cumple estas cuatro propiedades. En la Figura 5.10 mostramos como se construye un diseño Lunda a partir de un lusona.

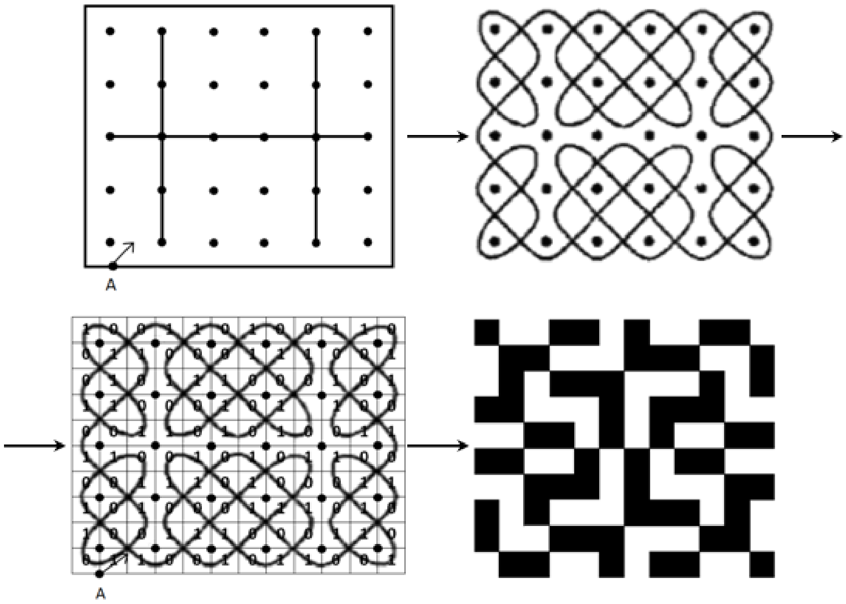


Figura 5.10. Diseño Lunda a partir de un lusona.

Basándose en la noción de *poliominó* (objeto geométrico que se obtiene al unir varios cuadrados o celdas del mismo tamaño de forma que cada par de celdas vecinas compartan un lado), Gerdes (1996b, p. 91) define los *Poliominós Lunda* (*Lunda-Polyominos*), objetos constituidos por cuadrados unitarios que comparten un lado y tienen igual color. En concreto, llama *Animales Lunda* (*Lunda-Animals*) a los Poliominós Lunda de cinco celdas, tomando una de ellas como la cabeza del animal. En la Figura 5.11 mostramos un Animal Lunda.

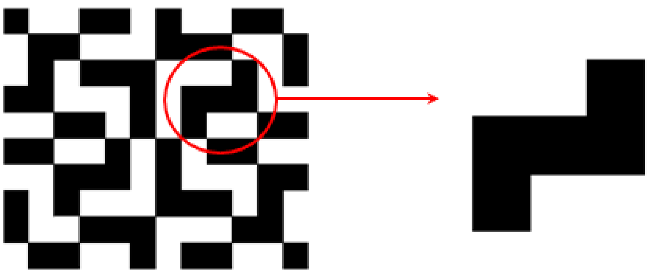


Figura 5.11. Ejemplo de Animal Lunda.

Da a los Animales Lunda el poder de caminar, de forma que después de cada paso la cabeza del Animal Lunda ocupa un nuevo cuadrado unitario. Tomando en cuenta las restricciones de los diseños Lunda (que vienen dados por sus propiedades de simetría), demuestra que el número posible de recorridos de $n+1$ pasos de un Animal Lunda es $p(n+1) = p(n) + p(n-1)$, con $p(1) = 2$ y $p(2) = 3$. Es decir, se tiene que $p(n) = f(n+3)$: ¡con la secuencia de Fibonacci hemos topado! (ver Figura 5.12; Gerdes, 1996b, p. 93).

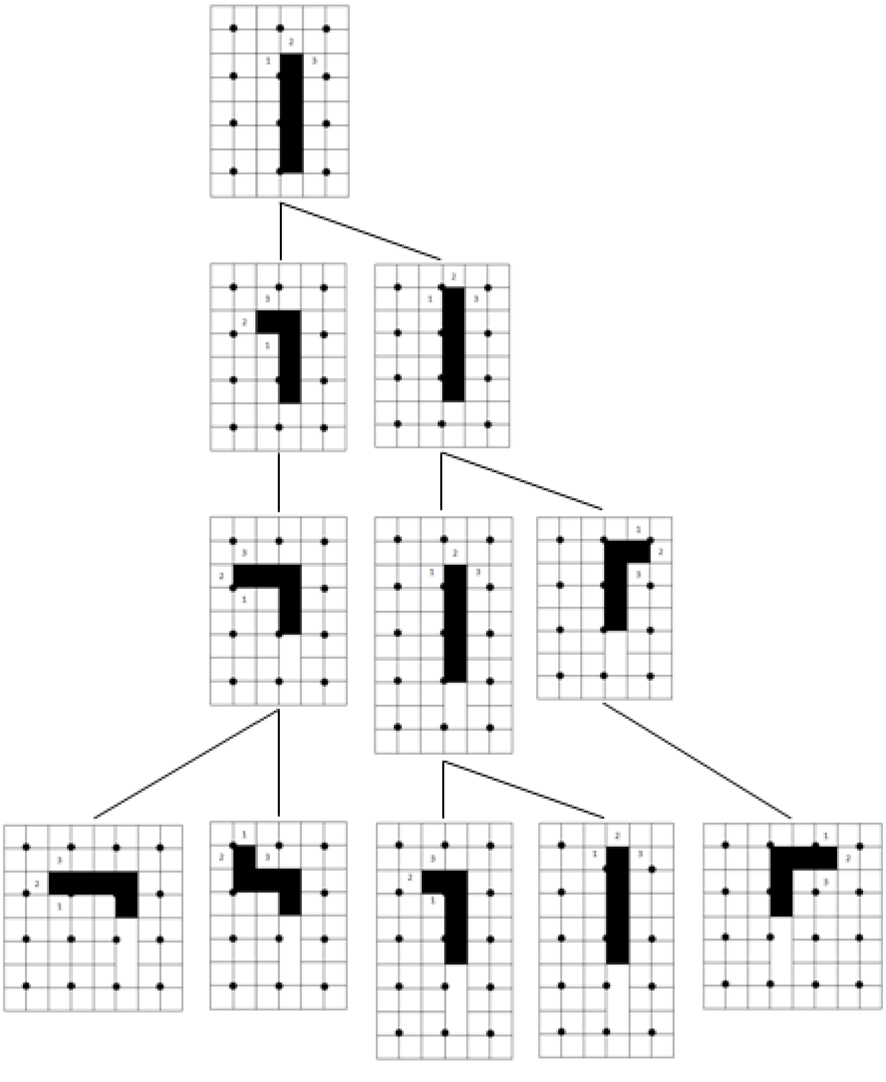
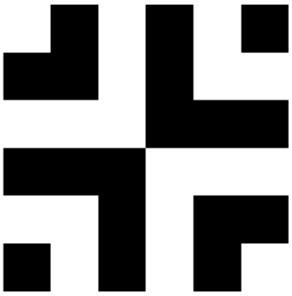


Figura 5.12. Secuencia de Fibonacci en los Animales Lunda.

Matrices ciclo (cycle matrices). Gerdes (2007) descubre que cierta clase de diseños Lunda cumple una serie de propiedades que los otros diseños no cumplen y nombra a éstos *diseños Liki* (*Liki-designs*). En la Figura 5.13 se muestra un diseño Liki, y su matriz asociada.

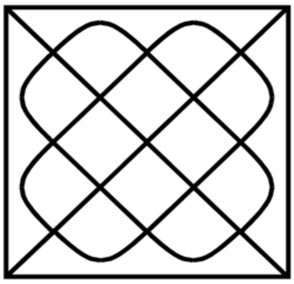


$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 5.13. Diseño Liki y matriz asociada.

Calculando potencias de las matrices asociadas a estos diseños, descubre que las potencias pares tienen cierta estructura cíclica, y las potencias impares otra. Mostramos estas estructuras en la Figura 5.14.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \longrightarrow$$



$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 2 & 7 & 3 & 6 \\ 6 & 7 & 3 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & 6 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 6 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 6 & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 3 & 7 & 2 & 6 & 3 \end{bmatrix} \longrightarrow$$

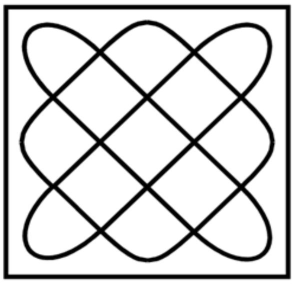


Figura 5.14. Segunda y tercera potencia de la matriz de la Figura 5.13, con sus estructuras cíclicas correspondientes.

Llama a estas matrices *matrices ciclo*. Define, por tanto, una nueva tipología de matrices que cumplen un sinnúmero de propiedades, y tienen implicaciones en otros campos de las Matemáticas (Gerdes, 2007, pp. 157-160).

Lo expuesto constituye una pequeña muestra del material didáctico y matemático que el autor elabora a partir de este artefacto. Su singularidad radica en que el material abarca una parte sustancial del espectro educacional (desde primaria hasta universidad); a su vez, a partir del análisis de los sona emergen constructos que tienen interés, además de educacional, matemático.

5.1.2. EL PROBLEMA DEL LENGUAJE

Desde hace décadas diferentes autores han manifestado su preocupación ante el paradigma educativo de países en los que la realidad lingüística choca drásticamente con el sistema educacional: países en los que alumnos cuya lengua materna es distinta a la dominante (que constituyen la gran mayoría de la población) topan, al entrar en la escuela, con un idioma nuevo, el oficial (Draisma, 1994). Este autor propone dar un uso escolar al conocimiento que los niños tienen de otros idiomas. Investigaciones posteriores han corroborado que la lengua materna es un recurso favorable (y en muchos casos necesario) para el aprendizaje de las matemáticas, lo cual ha llevado a numerosos gobiernos a instaurar políticas que garanticen la presencia de estas lenguas en el sistema educacional (Kazima, 2008).

A raíz de estas decisiones emergen dos dificultades: por una parte, se vuelve necesario modificar modelos docentes, y construir terminología matemática para las lenguas dominadas que carecen de ella (Kazima, 2008); por otra, los estudios antropológicos muestran que gran parte de la población pide que la educación se imparta en la lengua dominante (Setati, 2008).

Detrás de esta demanda se esconden, según Setati (2008), los lazos que unen la lengua dominante al poder económico y social: padres, estudiantes y profesores consideran que enseñar y aprender matemáticas en la lengua dominada implica permanecer en una situación de opresión, y ven en la lengua dominante una oportunidad para acceder a los bienes sociales; las matemáticas (relacionadas al acceso epistémico) quedan, en estas consideraciones, en un segundo plano. Por tanto, las decisiones sobre qué lenguaje usar no son solo curriculares y pedagógicas: tienen un alto componente económico, político e ideológico (Setati, 2008).

5.2. ACCIONES CENTRADAS EN MOVIMIENTOS SOCIALES Y/O INDÍGENAS

> Las Etnomatemáticas muestran su máxima expresión cuando se comprometen con lo social, cuando no tratan lo cultural como algo exótico y arraigado, cuando apoyan luchas políticas esparcidas a lo largo y ancho del mundo. (Knijnik, 1998, p. 193; traducción propia)

Barwell, et al. (2007) denotan un crecimiento en el número de movimientos sociales e indígenas y detectan que, en sus apuestas tácticas, la educación es un medio para conseguir su finalidad estratégica: autonomía política y económica. Desde las Etnomatemáticas se ha contribuido activamente a estos procesos de emancipación; en la Figura 5.15 clasificamos las investigaciones inscritas en este segundo contexto en función del tipo de trabajo, y en la Figura 5.16 mostramos las categorías de contenido que están presentes en ellos.

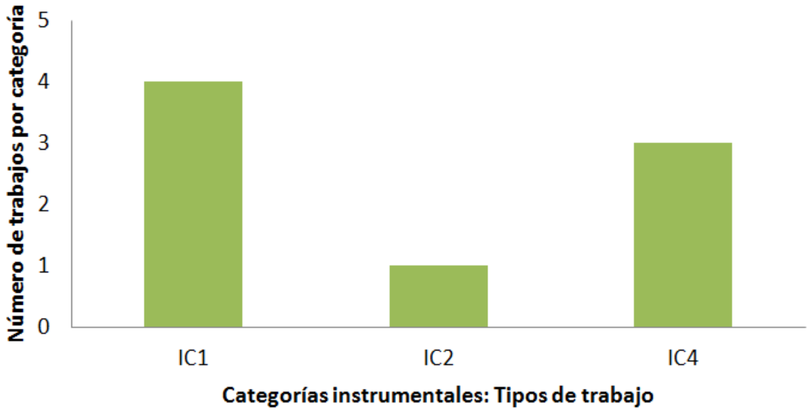


Figura 5.15. Tipos de trabajo realizados en torno a movimientos sociales e indígenas. IC1 = Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores; IC2 = Educación no formal, proyectos o acciones puntuales; IC4 = Estudio antropológico.

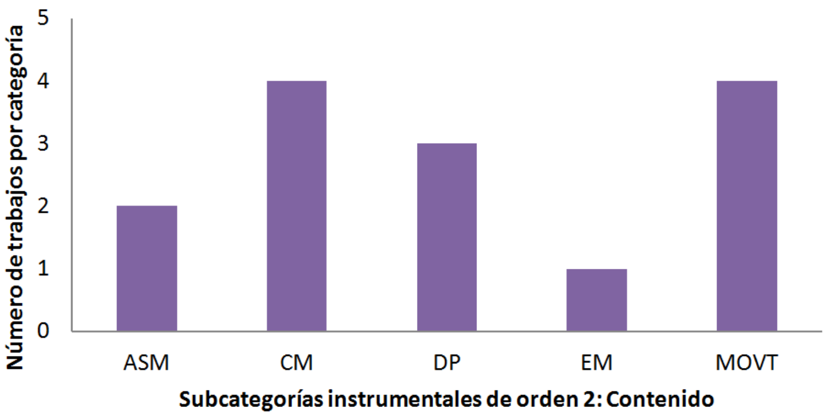


Figura 5.16. Categorías de contenido presentes en estudios etnomatemáticos sobre movimientos sociales e indígenas. ASM = Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; CM = Currículum de Matemáticas; DP = Dimensión política de la educación matemática; EM = Epistemología de las matemáticas; MOVT = Matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica.

Los principios educacionales de estos grupos reflejan la necesidad de (a) tomar la realidad como base de la producción de conocimiento; y (b) establecer una conexión orgánica entre educación, economía y cultura (Knijnik, 1998). En concordancia con estos fundamentos, en los trabajos etnomatemáticos analizados la interpretación y descodificación del conocimiento popular o nativo es un quehacer primordial, enfatizando su coherencia interna e intentando describirla, sin jerarquizarla, a partir de sus propios códigos y sus propios valores, y analizando formas de incorporar estos saberes al proyecto educativo (Knijnik, 1996, p. 103). El trabajo de campo (estudios antropológicos) y la acción educativa (proyectos de formación de profesores, y de educación no formal) van, por tanto, de la mano. Destaca la importancia que se le da al vínculo entre las matemáticas y la cultura oral (Knijnik et al., 2005; Knijnik, 1996, 1998), visual (Mendes, 2005) y tecnológica (Knijnik et al., 2005).

Sin embargo, hay una conciencia creciente de que un relativismo exacerbado surte el efecto negativo de congelar, cosificar, la cultura de estos colectivos, lo cual lleva al refortalecimiento de las desigualdades sociales (Knijnik, 1996, p. 105). Interesa, por tanto, tener en cuenta la dimensión, además de epistémica, social de la matemática, y asumir un enfoque relacional que contemple las dinámicas de poder que están presentes en estas realidades. Emerge, al hacerlo, la necesidad de incorporar en los proyectos educacionales los saberes producidos por la matemática académica; este conocimiento permite que la cultura subordinada le haga frente a los desafíos cotidianos (políticos, económicos, etc.) que se presentan en ese diálogo constante con la cultura dominante (Knijnik, 1996, p. 89). Mas, según D'Ambrosio (2002), reconocer y asimilar la cultura del dominador se vuelve positivo una vez reforzadas las raíces del dominado.

Las tipologías de trabajos muestran que esta acción educativa está mayoritariamente centrada en la formación de profesores (Knijnik et al., 2005; Knijnik, 1996; Mendes, 2005; Oliveras y Gavarrete, 2012), lo cual concuerda, creemos, con las aspiraciones de emancipación de estas organizaciones. La siguiente cita caracteriza el tipo de relación que se busca construir en este trabajo conjunto entre investigadores y profesores en formación.

> ¿Qué conocimientos culturales se pueden considerar matemáticos? (…) Esta pregunta la han de responder las personas que pertenecen a la cultura en cuestión, y no aquellos que llevamos inscritas las tradiciones de las matemáticas occidentales. (…) Sin embargo, podemos legitimar las demandas de esta cultura, y ayudar trabajando codo con codo con la gente. (Begg, 2001, pp. 72-73; traducción propia)

Exponemos, a modo de ilustración, el trabajo educativo desarrollado por Knijnik et al. (2005) en Brasil, en uno de los asentamientos del Movimiento de los Sin Tierra (MST).

5.2.1. Movimiento de los Sin Tierra: matemáticas orales y calculadoras

El MST es un órgano de carácter nacional conformado por cerca de millón y medio de campesinos que habitan en asentamientos distribuidos en 23 de los 27 estados brasileños. Su finalidad estratégica es conseguir una reforma agraria que contribuya a una distribución equitativa de la riqueza, en el país con mayor concentración de latifundios en el mundo (Knijnik, 1998).

El trabajo de Knijnik et al. (2005) tiene lugar en uno de estos asentamientos, y forma parte de un curso de formación de profesores para la educación de adultos. El trabajo gira en torno a dos artefactos que forman parte de la cultura matemática de estos grupos: las *matemáticas orales* (prácticas matemáticas que se producen y transmiten mediante el habla, sin que medie la escritura) y las calculadoras.

Al observar la forma en que adultos no escolarizados practican las matemáticas orales, los investigadores se dan cuenta de que éstas están fuertemente contextualizadas: a la hora de hacer estimaciones numéricas, utilizan diferentes estrategias dependiendo del contexto, lo cual implica un razonamiento complejo. A su vez, identifican estrategias para la adición, la multiplicación, la división y el cálculo de porcentajes (prácticas propias de su actividad productiva).

Conscientes de que las matemáticas orales son una parte integral de la cultura de estos campesinos, y de que las calculadoras (artefactos tecno-culturales) están presentes en todos los asentamientos, los investigadores proponen a los profesores en formación que sustituyan los algoritmos escritos por un trabajo conjugado con matemáticas orales y calculadoras. Esto lleva a que los profesores en formación ahonden en (a) los razonamientos envueltos en las estrategias de cálculo oral; y (b) ciertas utilidades de las calculadoras que desconocen.

Un ejemplo de trabajo con estrategias de cálculo oral es el que sigue. Al analizar la producción diaria de la comunidad campesina en una de las jornadas formativas, surge la necesidad de calcular el 17% de 240 reales ($R\$$; moneda de Brasil). Para ello, los profesores en formación llevan a cabo diversas estrategias de cálculo oral:

- *Estrategia 1*. Se calcula el 10% de $R\$240$, dividiendo 240 entre 10 (el resultado es 24). Seguidamente, se descompone 7% en $5\%+2\%$. Para obtener el 5% de $R\$240$, se dividen entre 2 los $R\$24$ hallados previamente, obteniendo $R\$12$. Por último, se descompone el 2% restante en $1\%+1\%$; el 1% de $R\$240$ se obtiene dividiendo 240 entre 100. El resultado final es la suma de todos los anteriormente obtenidos; es decir, el 17% de $R\$240$ son $R\$24 + R\$12 + R\$2{,}4 + R\$2{,}4 = R\$40{,}8$.
- *Estrategia 2*. Se tiene que $240 = 100 + 100 + 40$. El 17% de $R\$100$ son $R\$1{,}7$. Se tiene, a su vez, que $40 = 10 + 10 + 10 + 10$; el 17% de $R\$10$ son $RS1{,}7$. El 17% de $R\$240$ son, por tanto, $R\$17 + R\$17 + R\$1{,}7 + R\$1{,}7 + R\$1{,}7 + R\$1{,}7 = R\$40{,}8$.
- *Estrategia 3*. Se trabaja, inicialmente, con $R\$250$. Se tiene que $250 = 100 + 100 + 50$. Entonces, el 17% de $R\$250$ son $R\$17 + R\$17 + R\$8{,}5 = R\$32{,}5$. Para calcular el 17% de $R\$240$, se les resta a esos $R\$32{,}5$ el 17% de los $R\$10$ que se les habían añadido a los $240R\$$ para convertirlos en $R\$250$. El 17% de $R\$240$ es, por tanto, $R\$32{,}5 - R\$1{,}7 = R\$40{,}8$.

En este ejemplo, el uso de la calculadora se reduce a la verificación del resultado. Sin embargo, en el trabajo con números más complejos, las estrategias orales llevan a una primera aproximación del resultado, y la calculadora se usa para conocer el resultado exacto; la correspondencia entre la primera aproximación y el resultado que arroja la calculadora es lo que garantiza, en este caso, que el cálculo sea correcto. Por tanto, la forma en la que ambos artefactos se relacionan cambia en función del cálculo a realizar.

Este ejemplo nos sirve para ilustrar que lo que se pretende con este tipo de proyectos es, al fin y al cabo, conseguir *justicia* curricular. Se trata de ayudar a construir alternativas en las que las culturas de estos grupos estén presentes (y no solo como un mero elemento folclórico), sin que ello entorpezca sus relaciones con el poder y, por tanto, sus aspiraciones de autonomía.

5.3. Acciones relativas a la multiculturalidad en Occidente

> Vamos perdiendo la inocencia de pensar que la enseñanza de las matemáticas no tiene relación con la cultura para descubrir que pueden convertirse en un mecanismo de pérdida de identidad cultural en la medida en que, junto con las matemáticas, se enseñan y se aprenden patrones culturales que son extraños a las propias culturas. Esta cuestión, que podría verse hasta hace pocos años como algo curioso y lejano a la vez, se convierte en algo que incide directamente en el trabajo que hacemos con nuestros estudiantes, porque esa realidad multicultural, que antes contemplábamos desde la barrera del monoculturalismo, se ha colado en nuestra sociedad y ha llegado a nuestras aulas. (Goñi, 2006, p. 5)

Describimos la caracterización que hacen de esta realidad multicultural los estudios de la muestra inscritos en este contexto. Para ello, interesa tener en cuenta (a) las tipologías de trabajo y (b) la categorización de los objetos de análisis; las mostramos en la Figura 5.17 y la Figura 5.18, respectivamente.

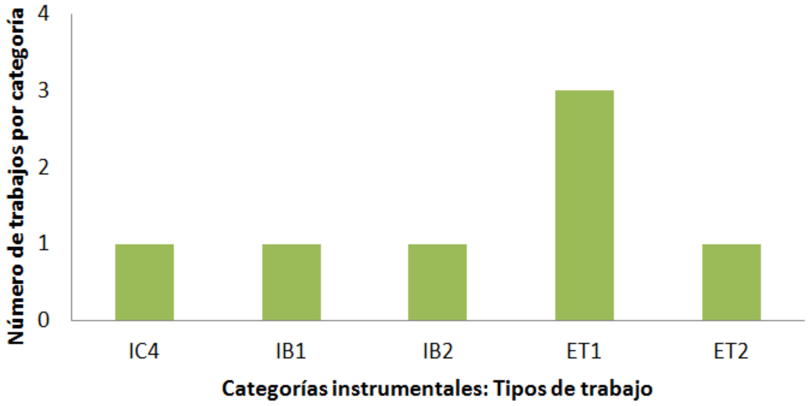


Figura 5.17. Tipos de trabajo realizados en torno a la multiculturalidad en Occidente. IC4 = Estudio antropológico; IB1 = Análisis de textos y producciones; IB2 = Proyectos y propuestas de enseñanza intercultural para ser desarrolladas; ET1 = Análisis de teorías y modelos sobre Multiculturalidad y Educación Matemática; ET2 = Análisis y explicación de teorías que forman parte de los fundamentos de las Etnomatemáticas.

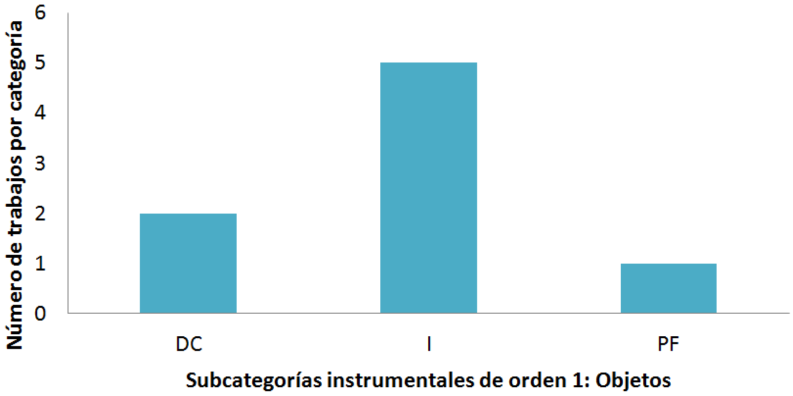


Figura 5.18. Categorización de los objetos que analizan los estudios sobre multiculturalidad en Occidente. DC = Diseños curriculares; I = Interacciones en el aula de matemáticas; PF = Programas de formación.

El número de personas emigrantes va en aumento (Barwell et al., 2007); ante este hecho, las culturas dominantes han pasado, según Hardt y Negri (2003; citado por Knijnik y Wanderer, 2010) de la exclusión (esclavitud, apartheid) a la *inclusión diferencial*, es decir, a integrar al otro, al diferente, dentro de su orden, para así poder manejar las diferencias mediante sus sistemas de control. Mientras estos mecanismos preservan la exclusividad de la cultura hegemónica en los currículos escolares, el número de culturas que cohabitan en una misma aula de matemáticas sigue creciendo.

En la Figura 5.18 se aprecia que cinco de los siete estudios inscritos que analizan estos hechos (Gorgorió, Prat, y Santesteban, 2006; Morgan, 2007; Moschkovich, 2005; Stathopoulou y Kalabasis, 2006) lo hacen tomando las interacciones en el aula de matemáticas como objeto de análisis. Detectan dos fenómenos en estas interacciones, la *distancia cultural* y el *bilingüismo* (como una forma de multilingüismo), y analizan las repercusiones que tienen los mecanismos de inclusión diferencial en cada uno de ellos. Otros estudios arrojan luces al respecto proponiendo innovaciones curriculares (Appelbaum et al., 2009), y divulgando las bases filosóficas de las que parten las Etnomatemáticas para hacer frente a la desigualdad social (Oliveras, 2006).

Describimos de forma más extensa lo expuesto en el párrafo anterior, tomando como objetos de análisis los dos fenómenos detectados en las interacciones en el aula de matemáticas.

5.3.1. DISTANCIA CULTURAL

En las aulas multiculturales conviven alumnos con antecedentes matemáticos muy dispares, lo que hace que haya una distancia entre las interpretaciones (modelos mentales) que estos individuos desarrollan a partir de una misma actividad matemática; Gorgorió et al. (2006) llaman a este fenómeno *distancia cultural*.

Cuando esta clase de fenómenos se invisibilizan (mediante su no-presencia en currículos escolares), se crea, según estas autoras, un vacío entre las formas en que los distintos individuos reaccionan ante el mismo hecho, lo que imposibilita la negociación de significados y acarrea, por tanto, un *conflicto cultural*. La distancia cultural se convierte, así, en "el camino que el alumno inmigrante, que es «diferente», debe recorrer para llegar a los significados de la cultura dominante, que representa la «normalidad»" (Gorgorió et al., 2006, p. 23).

Ante hechos como éstos, Appelbaum et al. (2009) ven necesario incorporar una dimensión intercultural en la educación matemática. Para ello, proponen incluir en los programas curriculares relativos a maestros y profesores de matemáticas en formación objetivos que garanticen que éstos (a) aprendan a situar sus matemáticas en el contexto de la tradición matemática occidental; y (b) entiendan cómo sus matemáticas pueden diferir de aquellas situadas en un contexto no occidental. Llevar a cabo esta propuesta de enseñanza intercultural podría constituir un primer paso para establecer

> un proceso donde todas [las culturas] puedan aportar y donde estas aportaciones sean aceptadas, valoradas y finalmente fundidas en un objeto único, asumido como contenido del intercambio. A esto podríamos llamarlo «mestizaje cultural» (…). Ésta es la audaz y rica propuesta de las etnomatemáticas en lo referente a la ciencia y también a la sociedad. (Oliveras, 2006, p. 138)

5.3.2. BILINGÜISMO

Los movimientos migratorios hacen que en muchas de las aulas de matemáticas haya estudiantes (o grupos de estudiantes) bilingües o multilingües. El bilingüismo (así como el multilingüismo) es, según Moschkovich (2005),

> un fenómeno, social, cultural, histórico y político, además de individual. Ser bilingüe puede ser, dependiendo del contexto y de los idiomas que se hablen, un signo de educación, o sinónimo de pobreza y carencia cultural. (…) Los bilingües adquieren y utilizan sus idiomas para diferentes propósitos, en diferentes dominios de vida y con diferentes personas. Como las necesidades y usos de estas lenguas son, usualmente, diferentes, no suelen desarrollar la misma fluidez en sus idiomas. (p. 122; traducción propia)

Históricamente, los estudios sobre bilingüismo se han llevado a cabo tomando el monolingüismo como referente, debido a los mecanismos de inclusión diferencial mencionados. Esto ha llevado a caracterizar a algunos bilingües como *semilingües* o *bilingües limitados*; es decir, personas que no tienen el dominio de un hablante nativo en sus lenguas. Asimismo, varios autores han afirmado que el semilingüismo puede afectar al desarrollo cognitivo en otros campos, y catalogado la *alternancia de código* (uso de más de un lenguaje en un único episodio comunicativo, habitual en personas bilingües) como deficiencia (Moschkovich, 2005).

Educadores matemáticos han empezado a prestar atención al fenómeno del bilingüismo, realizando estudios tanto desde la *psicolingüística* (que concibe el lenguaje como un fenómeno cognitivo individual) como desde la *sociolingüística* (que hace énfasis en la naturaleza social del lenguaje).

Esta última disciplina (más acorde con las Etnomatemáticas) rechaza el término semilingüismo, y lo hace aludiendo a estudios que muestran que es imposible no ser hablante nativo en la lengua de la comunidad a la que se pertenece. Concibe al bilingüe como "un hablante y oyente con una competencia equivalente, mas de naturaleza diferente, a la del monolingüe" (Moschkovich, 2005, p. 123; traducción propia). Se deja, por tanto, de comparar bilingüismo y monolingüismo para centrarse en características del primero que podrían ser relevantes para el aprendizaje de las matemáticas (Clarkson, 2006; Moschkovich, 2005; Stathopoulou y Kalabasis, 2006).

En concreto, se cree interesante (a) examinar las competencias de traducción que están detrás de la alternancia de código, en relación con el aprendizaje de las matemáticas; y (b) entablar una relación entre la *metaconciencia lingüística* de estudiantes bilingües (habilidad de tratar el lenguaje como objeto de pensamiento, competencia clave a la hora de traducir) y la resolución de problemas. Cabe mencionar, en relación con este último aspecto, el trabajo de Clarkson (2006). El investigador lleva a cabo un estudio de casos en el que entrevista a cuatro estudiantes de primaria de origen vietnamita (segunda generación) con alta competencia lingüística tanto en inglés como en su lengua materna. Detecta, en estos sujetos, una capacidad extraordinaria de autocorrección a la hora de resolver problemas de enunciado verbal (lo cual los lleva a cometer menos errores que la mayoría de sus compañeros de aula); establece, como causa explicativa, las habilidades metalingüísticas que estos estudiantes poseen a raíz de su condición bilingüe.

5.4. Discusión de los resultados y Conclusiones

De los datos cuantitativos que arrojan las ilustraciones gráficas expuestas a lo largo de este capítulo destacamos lo siguiente.

- La mayor parte de los trabajos (25) están situados en países no occidentales con sistema educativo occidentalizado (PNO; ver Figura 5.1).
- En el contexto PNO prevalecen los estudios antropológicos (ver Figura 5.2); la mayoría de estos trabajos analizan artefactos, sociofactos y/o mentifactos relacionados con actividades propias de una cultura dada (actividades de supervivencia, de organización espacio-temporal, de elaboración de materiales, de ocio,…), con la intención de utilizarlos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (ver Figuras 5.4 y 5.5).
- En el contexto de los movimientos sociales e indígenas la mayoría de los estudios son proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores (IC1; 4 de 5). Algunos de ellos (3 de 4) son, a su vez, estudios antropológicos (IC4; ver Figura 5.15). Se abordan, en ellos, cuestiones referentes al currículum de matemáticas; se analizan, a su vez, las matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica (ver Figura 5.16). Esto concuerda con la dualidad IC1-IC4 detectada en los estudios.
- Los estudios relativos a la multiculturalidad en Occidente son, principalmente, análisis de teorías sobre Multiculturalidad y Educación Matemática. A su vez, los estudios teóricos, junto con los análisis de textos y producciones, constituyen la gran mayoría de los trabajos analizados (5 de 7; ver Figura 5.17). En lo que

respecta a los objetos de estudio de estos trabajos, destacan las interacciones que se dan en el aula de matemáticas (ver Figura 5.18).

Consideramos que el dato cualitativo más relevante que arrojan los resultados es que las respuestas que dan las Etnomatemáticas a los problemas que abordan, así como las relaciones que se establecen entre matemáticas escolares y otras etnomatemáticas difieren de contexto en contexto.

Cuando lo que se busca es modificar el currículum matemático oficial para que éste sea más cercano a estudiantes y profesores, se pretende que las matemáticas escolares dejen un hueco a otras etnomatemáticas, de forma que las segundas jueguen el papel de rampa que permitirá a los alumnos ascender a las primeras.

Cuando se trata de construir un sistema educativo alternativo, razones políticas, económicas y sociales siguen garantizando la permanencia de las matemáticas oficiales en el currículum. Sin embargo, a la hora de incorporar otras etnomatemáticas, lo importante es garantizar que éstas estén en el mismo nivel epistémico que las primeras.

Para desarrollar mejor esta idea, analizamos los trabajos de Gerdes (1991b, 1996b, 1997, 2002, 2007) y Knijnik et al. (2005) teniendo en cuenta los mecanismos de universalización expuestos en el capítulo anterior.

Recordemos que Barton (2008b, pp. 108-115) distingue tres mecanismos de universalización (snapping to grid, subsunción y apropiación), que hacen que etnomatemáticas no oficiales se normalicen, conectando nuevas ideas a lo establecido. El primer mecanismo traduce las nuevas ideas a la terminología oficial existente; el segundo relega la idea al estatus de un ejemplo; y el tercero reconoce la originalidad de las ideas asumiendo, sin embargo, que constituyen una nueva categoría de una jerarquía ya existente.

Detectamos, en los trabajos de Gerdes (1997, 2007), cierta presencia de mecanismos de universalización: propiedades de los sona se utilizan, por ejemplo, para trabajar el concepto occidental de máximo común divisor (subsunción), o derivan en nuevos elementos matemáticos que quedan inscritos dentro de una jerarquía matemática ya existente (apropiación). En el trabajo de Knijnik et al. (2005), sin embargo, otras etnomatemáticas *sustituyen* a las matemáticas escolares; se establece, de esta forma, una relación de equivalencia epistémica entre ellas.

Por tanto, esta caracterización del trabajo etnomatemático a partir de tres contextos geográficos y sociopolíticos nos lleva a corroborar la diversidad teórico-metodológica detectada Knijnik y Wanderer (2013) dentro del Paradigma Etnomatemático.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES FINALES

Bases para la investigación y la práctica educativa desde las Etnomatemáticas se inició con el propósito de ahondar en las teorizaciones etnomatemáticas sobre la naturaleza, la producción, la transmisión y la institucionalización del conocimiento matemático, por una parte; y caracterizar las repercusiones que tienen estas concepciones a la hora de incidir en la práctica educativa, por otra. Esto llevó a dividir la investigación en dos estudios, que conforman los capítulos 4 y 5 del trabajo.

Establecimos, para sistematizar la consecución de los dos objetivos estratégicos, dos metas tácticas. La primera radicó en construir una estructura con base teórica que sirviera para seleccionar y organizar las teorizaciones de fuentes etnomatemáticas diversas; se llevó a cabo mediante la actualización y reestructuración del modelo teórico MEDIPSA (Oliveras, 1996b), lo cual proporcionó una estructura conformada por tres preguntas y seis disciplinas. La segunda consistió en realizar una revisión bibliográfica de 50 trabajos; se hizo mediante un análisis de datos cualitativo, categorizando la muestra analizada con un modelo MOMUME (Oliveras, 2008a, 2008b) adaptado para este trabajo.

El primer estudio es, por tanto, resultado del proceso de análisis, descripción e interpretación de teorizaciones (de la muestra analizada) sobre la naturaleza, producción, transmisión e institucionalización del conocimiento matemático. La selección de las teorizaciones, así como la organización de las interpretaciones que hacemos de ellas, viene dada por la estructura extraída de Oliveras (1996b).

El segundo estudio caracteriza las iniciativas etnomatemáticas que forman parte de la revisión bibliográfica. La descripción e interpretación de estas prácticas se apoya en ilustraciones gráficas que dan cuenta de categorizaciones emergentes del modelo MOMUME adaptado.

Las conclusiones respecto a cada uno de los estudios se han expuesto en sus respectivos capítulos. Valoramos, a partir de ellos, el nivel de logro alcanzado en los objetivos planteados para este trabajo. La memoria concluye con una somera reflexión sobre limitaciones detectadas y posibles líneas de continuación.

6.1. Conclusiones respecto a los objetivos

Los objetivos específicos establecidos en este trabajo son metas tácticas que guían y ponen los cimientos para la consecución de los objetivos estratégicos O1 y O2. Por ello, la reflexión en torno al logro de los objetivos se centra en estos últimos, valorando el papel que juegan los primeros en su consecución.

O1. Profundizar, mediante las Etnomatemáticas, en la naturaleza del conocimiento matemático, así como en los fenómenos que ocurren durante su producción, transmisión e institucionalización.

Creemos haber logrado dar una visión etnomatemática global de qué es el conocimiento matemático, y cómo se produce, transmite e institucionaliza.

En resumen, podemos decir que el conocimiento matemático es la forma en que las personas dialogan con aspectos cuantitativos, relacionales y espaciales que les rodea, y que se transmite tanto intraindividual- (producción) como interindividualmente mediante el lenguaje y las metáforas que se inscriben en él; esta respuesta encierra reflexiones desde la Epistemología de las Matemáticas, la Antropología, la Psicología y la Lingüística. Cuando entra en juego la institucionalización del conocimiento matemático y, por lo tanto, su didáctica, la Sociología explica la omnipresencia de las matemáticas occidentales en los currículos escolares explicando la jerarquización del conocimiento mediante las nociones de poder y régimen de la verdad.

Esta somera síntesis permite relacionar el logro del O1 con la consecución de nuestro primer objetivo táctico (*construir una estructura que sirva para seleccionar y organizar teorizaciones etnomatemáticas sobre qué es, y cómo se produce, transmite e institucionaliza el conocimiento matemático*). Plantear las interrogantes “¿Qué es el conocimiento matemático?”, “¿Cómo se produce el conocimiento matemático?” y “¿Dónde y cuándo se produce el conocimiento matemático?”, y establecer la necesidad de tomar en cuenta posicionamientos epistemológicos, matemáticos, didácticos, psicológicos, sociológicos, antropológicos y lingüísticos a la hora de responderlas nos ha proporcionado una suerte de matriz 7×3 en la que debíamos asegurar que ninguna de las filas o columnas quedara vacía.

Esta matriz ha conducido la elección de los *autores guía* de la revisión bibliográfica: hemos elegido a Knijnik por sus teorizaciones epistemológicas y sociológicas, a Barton por las conexiones entre matemáticas, lenguaje y psicología, a D'Ambrosio por sus propuestas teóricas respecto al currículum matemático, y a Gerdes por su trabajo antropológico. De la variedad de perspectivas y dimensiones de reflexión que ha proporcionado este criterio de selección se deduce el logro en este primer objetivo estratégico.

Según Godino (2010b), la teorización responde a la necesidad de lograr una comprensión profunda de los fenómenos que estudiamos. El hecho de haber llegado a confirmar la no-existencia de un único paradigma teórico-metodológico en Etnomatemáticas mediante las teorizaciones del Capítulo 4 garantiza también la consecución del O1, en la medida en que este sistema de ideas nos ha permitido "transcender el sentido común", contribuyendo así al "desarrollo de un meta-conocimiento y una actitud auto-reflexiva" (Godino, 2010b, pp. 8-12). Consideramos, no obstante, que es una visión que habrá que ir refinando, adecuando y completando conforme vayamos haciendo camino al andar.

O2. Caracterizar el trabajo etnomatemático relacionado con la práctica educativa.

En una de las últimas consideraciones que se hacen en el Capítulo 4 destacamos la importancia de tener en cuenta los procesos sociales que ocurren en los sistemas didácticos y los efectos que estos producen a la hora de analizar las iniciativas educativas en Etnomatemáticas. Por ello, en el Capítulo 5 se estudia el trabajo etnomatemático relacionado con esta práctica desde tres contextos: países no occidentales con sistema educativo occidentalizado, movimientos sociales e indígenas, y multiculturalidad en Occidente.

Esta categorización de contextos emerge una vez analizada la muestra que conforma la revisión bibliográfica. El que esto se dé a posteriori, y no a priori, implica que no hay un control respecto al peso que cada contexto tiene en la muestra, lo cual lleva, en este caso, a un reparto desigual: la mayor parte de los trabajos se ubican en el primer contexto (25), en el segundo se incluyen 5, y en el tercero 7. Por tanto, el nivel de precisión con el que se caracteriza el trabajo educativo en Etnomatemáticas (es decir, el nivel de logro en el O2) difiere de contexto en contexto.

Si bien se detecta este inconveniente, la consecución del OE2 (*realizar una revisión bibliográfica de la producción etnomatemática, categorizando la muestra analizada*) da pie a (a) un modelo MOMUME con una categorización instrumental ampliada; y (b) nuevas propuestas protocolares para manejar los datos que emergen de la categorización, mediante la utilización de hojas de cálculo.

Por otra parte, la comparación de los trabajos de Gerdes (1997, 2007) y Knijnik et al. (2005) muestra que partir de contextos diferentes puede llevar a que dos propuestas etnomatemáticas difieran en ciertos aspectos fundamentales. Se corrobora, por tanto, la no-existencia de un único paradigma teórico-metodológico en Etnomatemáticas. Se confirma, también, la necesidad de estudiar las investigaciones etnomatemáticas desde los contextos en los que éstas se dan.

6.2. LIMITACIONES Y POSIBLES LÍNEAS DE CONTINUACIÓN

La falta de bagaje previo en Etnomatemáticas ha sido decisiva a la hora de establecer nuestro problema de investigación: hemos optado por una enculturación etnomatemática intensiva, mediante el estudio e interpretación de teorizaciones e iniciativas educativas de ciertos etnomatemáticos.

En este proceso de enculturación no hemos recurrido a fuentes de información primarias, por la complejidad de la tarea, y por el tiempo que, consecuentemente, conlleva; hemos optado por seguir el proceso natural de conocer primero las interpretaciones que desde las Etnomatemáticas se hacen de éstas.

Por otra parte, la necesidad de obtener una perspectiva etnomatemática global nos ha llevado a descartar un trabajo más directamente ligado a la práctica, que nos hubiera llevado a profundizar en un paradigma más concreto.

De todo esto, se deducen algunos pasos que le siguen a esta primera caminata etnomatemática, que se resumen mediante la máxima de Begg (2001) "piensa globalmente, actúa localmente" (p. 73, traducción propia).

Con *piensa globalmente*, recalcamos la importancia de seguir construyendo nuestra visión etnomatemática, estudiando las obras de otros autores, por una parte, y recurriendo a las fuentes primarias de las que hemos hecho mención, por otra. En cuanto a esto último, de la revisión bibliográfica emergen ciertos nombres a tener en cuenta, como el filósofo Ludwig Wittgenstein (Knijnik y Wanderer, 2010, 2013), el constructivista social Paul Ernest (Albertí y Gorgorió, 2006; Knijnik, 2012), el pedagogo Paulo Freire (Gerdes, 1996c; Knijnik, 1998; Oliveras y Gavarrete, 2012;

Oliveras, 2006) o el educador matemático Alan Bishop (Appelbaum et al., 2009; Barton, 2008b; Begg, 2001; Knijnik, 1996).

Con *actúa localmente*, nos referimos a la necesidad de conectar esta visión global con lo local. Sin embargo, todavía no se han dado las condiciones para saber cómo (como profesora, o investigadora, o ambas), cuándo, ni dónde (en qué contexto geográfico y/o sociopolítico) se dará esta conexión.

REFERENCIAS

Albertí, M. y Gorgorió, N. (2006). Etnomatemáticas y cognición situada: Cuestión de “ingenios”. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 25-47). Barcelona: Graó.

Appelbaum, P., Friedler, L. M., Ortiz, C. E. y Wolff, E. F. (2009). Internationalising the universtity mathematics curriculum. *Journal of Studies in International Education*, *13*(3), 365-381.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and philosophy. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *31*(2), 54-58.

Barton, B. (2008a). Cultural and social aspects of mathematics education: Responding to Bishop’s challenge. En P. Clarkson y N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 121-133). Nueva York: Springer.

Barton, B. (2008b). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Nueva York: Springer.

Barwell, R., Barton, B. y Setati, M. (2007). Multilingual issues in mathematics education: Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 113-119.

Begg, A. (2001). Ethnomathematics: Why, and what else? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(3), 71-74.

Bishop, A. (1979). Visualising and mathematics in a pre-technological culture. *Educational Studies in Mathematics*, *10*, 135-146.

Carraher, T., Carraher, D. y Schliemann, A. (1982). Na vida, dez; na escola, zero: Os contextos culturais da aprendizagem de matemática. *Cadernos de Pesquisa*, *42*, 79-86.

Castro, M. A. y Castro, L. (2001). Cuestiones de metodología cualitativa. *EMPIRIA. Revista de Metodología de Ciencias Sociales*, *4*, 165-190.

Cherinda, M. (1994a). Mathematical-educational exploration of traditional basket weaving techniques in a children’s “Circle of Interest”. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 16-23). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Cherinda, M. (1994b). Strip patterns on wooden spoons from Inhambane province. A study in progress. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and*

Ethnoscience in Mozambique (pp. 59-61). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Clarkson, P. (2006). Australian Vietnamese students learning mathematics: High ability bilinguals and their use of their languages. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 191-215.

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6ª ed.). Nueva York: Taylor & Francis.

D'Ambrosio, U. (1982). *Mathematics for rich and for poor countries*. Paramaribo: Carimath.

D'Ambrosio, U. (1987). Reflections on Ethnomathematics. *ISGEm Newsletter*, *3*(1), 3-4.

D'Ambrosio, U. (2001). General remarks on ethnomathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(3), 67-69.

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Floresta: Autêntica Editora.

D'Ambrosio, U. (2007). The role of mathematics in educational systems. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 39*, 173-181.

D'Ambrosio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. En P. Palhares (Ed.), *Etnomatemática. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 24-46). Ribeirão: Edições Humus.

D'Ambrosio, U. (2013, noviembre). Um sentido mais amplo de ensino da matemática para a justiça social. En A. Ramirez e Y. Morales (Eds.), *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (pp. 61-77). Santo Domingo: Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra.

D'Ambrosio, U. y Borba, M. (2010). Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a scenario of current research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *42*, 271-279.

Delval, J. (2012). La construcción del conocimiento: Ideas básicas. Descargado de http://www.educativo.utalca.cl/medios/educativo/profesores/basica/construir.pdf

Díaz, R. (2006). Inclusión de la aritmética maya en la propuesta de currículo nacional básico de Honduras. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 87-98). Barcelona: Graó.

Draisma, J. (1994). How to handle the theorem 8+5=13 in (teacher) education? En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 30-48). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *25*(2), 129-159.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.

Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *6*(1), 127-149.

Gerdes, P. (1982). *Mathematics for the benefit of the people*. Paramaribo: Carimath.

Gerdes, P. (1985a). Conditions and strategies for emancipatory mathematics education in underdeveloped countries. *For the Learning of Mathematics*, *5*(3), 15-20.

Gerdes, P. (1985b). *Zum erwachenden geometrischen denken*. Maputo: Universidad Eduardo Mondlane.

Gerdes, P. (1991a). *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1991b). *Etnomatemática. Cultura, matemática, educação*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1996a). Ethnomathematics and Mathematics Education. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 909-943). Londres: Cassell.

Gerdes, P. (1996b). *Lunda geometry*. *Designs, polyominoes, patterns, symmetries*. Maputo: Universidade Pedagógica.

Gerdes, P. (1996c). On Ethnomathematics and the transmission of mathematical knowledge in and outside schools in Africa south of the Sahara. En M. Barrère (Ed.), *Les sciences hors d'Occident au XX' siècle* (Vols. 1-5, Vol. 5). París: Orstom.

Gerdes, P. (1997). *Vivendo a matemática. Desenhos de África*. São Paulo: Editora Scipione.

Gerdes, P. (2002). *Lusona. Recreações geométricas de África*. Lisboa: Texto Editora.

Gerdes, P. (2003). *Sipatsi. Cestaria e geometria na cultura Tonga de Inhambane*. Maputo: Moçambique Editora.

Gerdes, P. (2007). *Adventures in the world of matrices*. Nueva York: Nova.

Giongo, I. M. y Knijnik, G. (2010). School curriculum and different mathematics language games: A study at a Brazilian agricultural-technical school. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, *251*, 1-15.

Godino, J. D. (2010a). Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático. Descargado de http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. D. (2010b). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Descargado de http://www.ugr.es/~jgodino/

Goñi, J. M. (Ed.) (2006). Introducción. En Autor, *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 5-6). Barcelona: Graó.

Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: Distancia cultural, normas y negociación. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). Barcelona: Graó.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, *22*(3), 170-218.

Gutierrez, R. (2005). Polisemia actual del concepto “modelo mental”. Consecuencias para la investigación didáctica. *Investigaçoes em Ensino de Ciências*, *10*(2), 209-226.

Hardt, M. y Negri, A. (2003). *Empire*. Cambridge: Harvard University Press.

Harris, M. (1987). An example of traditional women’s work as a mathematics resource. *For the Learning of Mathematics*, *7*(3), 26-28.

Huxley, J. S. (1955). Evolution, cultural and biological. *Yearbook of Anthropology* (pp. 2-25). Chicago: University of Chicago.

Ismael, A. (1994). On the origin of the concepts of “even” and “odd” in Makhuwa culture. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 9-15). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Julie, C. (Ed.). (1989). *Proceedings of a Conference on the Politics of Mathematics Education*. Ciudad del Cabo, Sudáfrica: NECC Mathematics Commission.

Kane, E. (1987). *Les systèmes de numération parlée des groupes ouest-atlantiques et mande. Contribution à la recherche sur les fondaments et I’histoire de la pensée logique et mathématique en Afrique de I’ouest* (Tesis doctoral). Lille, Francia.

Kazima, M. (2008). Mother tongue policies and mathematical terminology in the teaching of mathematics. *Pythagoras, 67,* 56-63.

Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência. Educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Knijnik, G. (1998). Ethnomathematics and political struggles. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 30*(6), 188-194.

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: Ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*, 87-100.

Knijnik, G. y Wanderer, F. (2010). Mathematics education and differential inclusion: A study about two Brazilian time-space forms of life. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 42*, 349-360.

Knijnik, G. y Wanderer, F. (2013). Programa Escola Ativa, escolas multisseriadas do campo e educação matemática. *Educação e Pesquisa*, *39*(1), 211-225.

Knijnik, G., Wanderer, F. y de Oliveira, C. J. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(2), 101-108.

Krause, M. (1995). La investigación cualitativa: Un campo de posibilidades y desafíos. *Revista Temas de Educación, 7*, 1-18.

Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, Ciencia y Epistemología*. Madrid: Alianza Universidad.

Lamo de Espinosa, E., González, J. M. y Torres, C. (1994). *La Sociología del Conocimiento y de la Ciencia*. Madrid: Alianza.

Mapapá, A. (1994). Symmetries and metal grates in Maputo. Didactic experimentation. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 49-55). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Mendes, J. R. (2005). Numeracy and literacy in a bilingual context: Indigenous teachers education in Brazil. *Educational Studies in Mathematics, 64*, 217-230.

Morgan, C. (2007). Who is not multilingual now? *Educational Studies in Mathematics, 64*, 239-242.

Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. París: UNESCO.

Moschkovich, J. (2005). Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 64*, 121-144.

Musgrave, A. E. (1969). *Impersonal knowledge: A criticism of subjectivism in Epistemology* (Tesis doctoral). Universidad de Londres, Londres.

Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas. Formación de profesores e innovación curricular*. Granada: Comares.

Oliveras, M. L. (2000). Matemáticas. En J. Fuentes y M. L. Oliveras (Eds.), *Matemáticas en la Sociedad* (pp. 13-27). Granada: Repro-digital Constitución.

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Graó.

Oliveras, M. L. (2008a, julio). Model for research on Multiculturality in Mathematics Education. En M. L. Oliveras y N. de Bengoechea (Eds.), *ICME 11*, *Topic Study Group 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment*. Monterrey, México.

Oliveras, M. L. (2008b, julio). Study of "the state of the question about Multiculturality and Mathematics Education". En M. L. Oliveras y N. de Bengoechea (Eds.), *ICME 11*, *Topic Study Group 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment*. Monterrey, México.

Oliveras, M. L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *15*(3), 1-34.

Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa: Retos e interrogantes. Métodos*. Madrid: La Muralla.

Pérez-Serrano, G. (1998). *Investigación cualitativa: Retos e interrogantes. Técnicas y análisis de datos*. Madrid: La Muralla.

Piaget, J. (1972). *The principles of Genetic Epistemology*. Londres: Routledge y Kegan Paul.

Piaget, J. (1975). *La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo*. Madrid: Siglo XXI.

Piaget, J. y García, R. (1982). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia* (4ª ed.). DF: Siglo XXI.

Popper, K. R. (1972). *Objective knowledge*. Oxford: Clarendon Press.

Posner, J. (1982). The development of mathematical knowledge in two West African Societies. *Child Development*, *53*, 200-208.

Real Academia Española. (2001). Diccionario de la lengua española. Madrid, España: Real Academia Española. Disponible en http://www.rae.es/recursos/diccionarios/drae

Rico, L. y Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e investigación. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pp. 77-131). Huelva: Hergué Editores.

Seel, N. (2001). Epistemology, situated cognition, and mental models: "Like a bridge over troubled water". *Instructional Science*, *29*, 403-427.

Setati, M. (2008). Access to mathematics versus access to the language of power: The struggle in multilingual mathematics classrooms. *South African Journal of Education, 28*, 103-116.

Soares, D. (1994). Symmetric ornamentation on wooden spoons from the Sofala Province. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 56-58). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Soares, D. e Ismael, A. (1994). Popular counting methods in Mozambique. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 24-29). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Stathopoulou, C. y Kalabasis, F. (2006). Language and culture in mathematics education: Reflections on observing a Romany class in a Greek school. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 231-238.

Taylor, S. y Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Buenos Aires: Paidós.

Zaslavsky, C. (1973). *Africa counts: Number and pattern in African culture*. Boston: Prindle, Weber and Schmidt.

ANEXOS

ÍNDICE DE ANEXOS

ÍNDICE DE TABLAS

ANEXO I. CATEGORIZACIÓN DE LA MUESTRA DE TRABAJOS DE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este anexo exponemos la categorización de la muestra de trabajos con la que hemos llevado a cabo la revisión bibliográfica. En la TablaI.1 y la Tabla I.2 recordamos las categorías instrumentales, y las subcategorías instrumentales de orden 1 y 2 de nuestro modelo MOMUME adaptado; mostramos la categorización de los trabajos en la TablaI.3.

Tabla I.1.
Categorías instrumentales.

Tipos de trabajo	Código	Categorías
Experiencias	E1	Descripción de recursos didácticos que favorecen la educación intercultural
Investigaciones de campo	IC1	Proyectos o acciones de enseñanza en formación de profesores
	IC2	Educación no formal, proyectos o acciones puntuales
	IC3	Desarrollo y análisis de recursos que permiten y favorecen la educación intercultural
	IC4	Estudio antropológico
Investigaciones básicas	IB1	Análisis de textos y producciones sobre Educación Matemática y/o Etnomatemática
	IB2	Proyectos y propuestas de enseñanza intercultural para ser desarrolladas
	IB3	Análisis de modelo(s) docente(s)
	IB4	Recopilaciones bibliográficas
Estudios teóricos	ET1	Elaboración, análisis y/o explicación de teorías sobre elementos de Multiculturalidad y Educación Matemática
	ET2	Elaboración propia y/o análisis de bases filosóficas de las Etnomatemáticas

Tabla I.2.
Subcategorías instrumentales de orden 1 y orden 2.

Subcategoría instrumental	Código	Categoría
Contextos geográficos y/o sociopolíticos	MSI	Movimientos sociales y/o indígenas
	MO	Multiculturalidad en Occidente
	PNO	Países no occidentales con sistema educativo occidentalizado
	O	Otros

Subcategoría instrumental	Código	Categoría
Personas y grupos	AMM	Aula de matemáticas multicultural
	ANO	Aulas no-occidentales con sistema educativo occidentalizado
	GA	Grupos culturales aislados
	GG	Grupos gremiales
	GS	Grupos culturales subordinados
	IEM	Investigadores en Didáctica de la Matemática y/o Etnomatemática
	MPF	Maestros y/o profesores de matemáticas en formación
Acciones	AC	Actividades propias de la cultura (de supervivencia, de organización espacio-temporal, de ocio,…)
	AG	Actividades gremiales
	FP	Formación de profesores
	IEM	Investigación en Educación Matemática y/o Etnomatemática
	MEM	Matemáticas en educación elemental o media
	MS	Matemáticas en educación superior
	RE	Recursos de enseñanza
Objetos	ASM	Artefactos, sociofactos y/o mentifactos de una cultura
	DC	Diseños curriculares escolares
	EEM	Estudios en Educación Matemática y/o Etnomatemática
	I	Interacciones en el aula de matemáticas
	PF	Programas de formación
	RE	Recursos de enseñanza
Contenido	ASM	Artefactos, sociofactos y/o mentifactos como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas
	CM	Currículo de matemáticas
	DCD	Dificultades en relación con la cultura diferente, de expresión y simbolización
	DP	Dimensión política de la educación matemática
	E	Evaluación: éxito, fracaso
	EM	Epistemología de las matemáticas
	M	Multilingüismo
	MOVT	Matemáticas en la cultura oral, visual y/o tecnológica
	NPM	Naturaleza del pensamiento matemático

Tabla I.3.
Categorización de la muestra de trabajos de la revisión bibliográfica

Trabajo	Tipo de trabajo	Contexto	Personas y grupos	Acciones	Objetos	Contenido
(Adam, 2010)	IC4	O	GG	AG	AMS	DP NPM
(Albertí y Gorgorió, 2006)	IC4	PNO	GG	AG	ASM	ASM
(Appelbaum, Friedler, Ortiz, y Wolff, 2009)	IB2	MO	MPF	FP	PF DC	CM DP EM
(Barton, 1999)	ET2	A		MEM MS	DC	CM EM
(Barton, 2008a)	ET2	A	IEM	IEM	EEM	CM DP EM
(Barton, 2008b)	ET2	PNO		AC	ASM	CM EM
(Barwell, Barton, y Setati, 2007)	IB3	O	IEM	IEM	EEM	CM M
(Begg, 2001)	ET2	PNO		MEM	DC	CM EM
(Cherinda, 1994a)	E1	PNO	ANO	MEM AC	RE DC ASM	ASM
(Cherinda, 1994b)	IC4	PNO	GG	AG	ASM	ASM
(Clarkson, 2006)	IC4	PNO	ANO	MEM	I	M
(D'Ambrosio, 2001)	ET1	A		MEM	PF	CM EM
(D'Ambrosio, 2002)	ET2	PNO		MEM MS		CM DCD DP E EM
(D'Ambrosio, 2007)	ET2	A		MEM AC	DC DC	EM DP
(D'Ambrosio, 2008)	ET2	O	GS	AC AG	ASM	CM DP EM NPM

Trabajo	Tipo de trabajo	Contexto	Personas y grupos	Acciones	Objetos	Contenido
(D’Ambrosio, 2013)	ET1	PNO		MEM MS FP	PF DC	CM E DP
(D’Ambrosio y Borba, 2010)	IB4	A	IEM	IEM	EEM	CM EM MOVT
(Díaz, 2006)	IB3	PNO	ANO	MEM	DC	CM DP
(Draisma, 1994)	IC3	PNO	ANO	MEM	RE I	CM M
(Fioriti y Gorgorió, 2006)	IC4	O	GG	AG	AMS	DP
(Gavarrete, 2013)	ET2	O	IEM	IEM	EEM	CM DP EM
(Gerdes, 1991a)	IC4	PNO	GG GA	AC	ASM	ASM
(Gerdes, 1991b)	ET1	PNO	ANO	MEM	PF DC	ASM CM DCD DP
(Gerdes, 1996a)	ET1	PNO	GS	MEM AC	I ASM	ASM CM DP EM
(Gerdes, 1996b)	IB2	PNO	GA	MS AC	ASM	ASM
(Gerdes, 1996c)	ET1	PNO	GS	MEM AC	I ASM	ASM CM DP EM
(Gerdes, 1997)	IB2	PNO	GA	MEM AC	RE ASM	ASM
(Gerdes, 2002)	IC3	PNO	MPF	MEM AC	ASM RE	ASM
(Gerdes, 2003)	IC1 IC4	PNO PNO	GA	FP AG	PF ASM	ASM
(Giongo y Knijnik, 2010)	IC4	O	AMM	AG MEM	PF DC	CM

Trabajo	Tipo de trabajo	Contexto	Personas y grupos	Acciones	Objetos	Contenido
(Gorgorió, Prat, y Santesteban, 2006)	ET1	MO	AMM	MEM	I	CM DP
(Ismael, 1994)	IC4	PNO	GA	AC	ASM	ASM
(Kazima, 2008)	IB3	PNO	ANO	MEM	DC RE	CM M
(Knijnik, 1996)	IC1 IC4	MSI	GS	FP AG	PF ASM	ASM DP EM MOVT
(Knijnik, 1998)	IC2	MSI	GS	AG MEM	DC RE	CM DP MOVT
(Knijnik, 2012)	ET2	PNO		MEM		CM DP EM
(Knijnik y Wanderer, 2010)	ET1	MO	GS	MEM	I	CM DP EM MOVT
(Knijnik y Wanderer, 2013)	ET1	O	GS	MEM	I	CM EM DP
(Knijnik, Wanderer, y de Oliveira, 2005)	IC1 IC4	MSI	GS	AC FP	ASM DC PF	CM DP MOVT
(Mapapá, 1994)	E1	PNO	MPF	FP AC	ASM PF	ASM
(Mendes, 2005)	IC1 IC4	MSI	GS	AC FP	PF	CM MOVT
(Morgan, 2007)	IB1	MO	AMM	MEM	I	DP M
(Moschkovich, 2005)	ET1	MO	AMM GS	MEM	I	M
(Oliveras, 2006)	ET2	MO		MEM	DC	CM
(Oliveras y Gavarrete, 2012)	IC1	MSI	GS	FP	PF	CM ASM
(Palhares, 2012)	IB4	O	IEM	IEM	EEM	CM ASM

Trabajo	Tipo de trabajo	Contexto	Personas y grupos	Acciones	Objetos	Contenido
(Setati, 2008)	IC4	PNO	ANO	MEM	I	M DP
(Soares, 1994)	IC4	PNO	GG	AG	ASM	ASM
(Soares e Ismael, 1994)	IC1	PNO	GA	AC	PF	ASM
	IC4	PNO	MPF	FP	ASM	
(Stathopoulou y Kalabasis, 2006)	IC4	MO	AMM	MEM	I	DP M

ANEXO II. CLASIFICACIÓN DE LOS TRABAJOS EN LOS QUE SE BASAN LOS CAPÍTULOS 4 Y 5

En este segundo anexo clasificamos los trabajos en los que nos hemos basado para construir los Capítulos 4 y 5. Listamos los documentos que conforman la muestra con la que hemos realizado la revisión bibliográfica, por una parte, y los que hemos utilizado para actualizar el modelo teórico MEDIPSA, por otra.

Muestra de trabajos de la revisión bibliográfica

Adam, N. A. (2010). Mutual interrogation: A methodological process in ethnomathematical research. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 8*, 700-707.

Albertí, M. y Gorgorió, N. (2006). Etnomatemáticas y cognición situada: Cuestión de "ingenios". En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 25-47). Barcelona: Graó.

Appelbaum, P., Friedler, L. M., Ortiz, C. E. y Wolff, E. F. (2009). Internationalising the universtity mathematics curriculum. *Journal of Studies in International Education*, *13*(3), 365-381.

Barton, B. (1999). Ethnomathematics and philosophy. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *31*(2), 54-58.

Barton, B. (2008a). Cultural and social aspects of mathematics education: Responding to Bishop's challenge. En P. Clarkson y N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 121-133). Nueva York: Springer.

Barton, B. (2008b). *The language of mathematics: Telling mathematical tales*. Nueva York: Springer.

Barwell, R., Barton, B. y Setati, M. (2007). Multilingual issues in mathematics education: Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 113-119.

Begg, A. (2001). Ethnomathematics: Why, and what else? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(3), 71-74.

Cherinda, M. (1994a). Mathematical-educational exploration of traditional basket weaving techniques in a children's "Circle of Interest". En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 16-23). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Cherinda, M. (1994b). Strip patterns on wooden spoons from Inhambane province. A study in progress. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 59-61). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Clarkson, P. (2006). Australian Vietnamese students learning mathematics: High ability bilinguals and their use of their languages. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 191-215.

D’Ambrosio, U. (2001). General remarks on ethnomathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *33*(3), 67-69.

D’Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Floresta: Autêntica Editora.

D’Ambrosio, U. (2007). The role of mathematics in educational systems. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *39*, 173-181.

D’Ambrosio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. En P. Palhares (Ed.), *Etnomatemática. Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 24-46). Ribeirão: Edições Humus.

D’Ambrosio, U. (2013, noviembre). Um sentido mais amplo de ensino da matemática para a justiça social. En A. Ramirez e Y. Morales (Eds.), *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe* (pp. 61-77). Santo Domingo: Pontificia Universidad Católica Madre y Maestra.

D’Ambrosio, U. y Borba, M. (2010). Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a scenario of current research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *42*, 271-279.

Díaz, R. (2006). Inclusión de la aritmética maya en la propuesta de currículo nacional básico de Honduras. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 87-98). Barcelona: Graó.

Draisma, J. (1994). How to handle the theorem 8+5=13 in (teacher) education? En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 30-48). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Fioriti, G. y Gorgorió, N. (2006). Conocimiento geométrico situado en el contexto del trabajo. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 99-115). Barcelona: Graó.

Gavarrete, M. E. (2013). La Etnomatemática como campo de investigación y acción didáctica: su evolución y recursos para la formación de profesores desde la equidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *6*(1), 127-149.

Gerdes, P. (1991a). *Cultura e o despertar do pensamento geométrico*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1991b). *Etnomatemática. Cultura, matemática, educação*. Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Gerdes, P. (1996a). Ethnomathematics and Mathematics Education. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 909-943). Londres: Cassell.

Gerdes, P. (1996b). *Lunda Geometry. Designs, polyominoes, patterns, symmetries*. Maputo: Universidade Pedagógica.

Gerdes, P. (1996c). On Ethnomathematics and the transmission of mathematical knowledge in and outside schools in Africa south of the Sahara. En M. Barrère (Ed.), *Les sciences hors d'Occident au XX' siècle* (Vols. 1-5, Vol. 5). París: Orstom.

Gerdes, P. (1997). *Vivendo a matemática. Desenhos de África*. São Paulo: Editora Scipione.

Gerdes, P. (2002). *Lusona. Recreações geométricas de África*. Lisboa: Texto Editora.

Gerdes, P. (2003). *Sipatsi. Cestaria e geometria na cultura Tonga de Inhambane*. Maputo: Moçambique Editora.

Giongo, I. M. y Knijnik, G. (2010). School curriculum and different mathematics language games: A study at a Brazilian agricultural-technical school. *Philosophy of Mathematics Education Journal*, *251*, 1-15.

Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). El aula de matemáticas multicultural: Distancia cultural, normas y negociación. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 7-24). Barcelona: Graó.

Ismael, A. (1994). On the origin of the concepts of "even" and "odd" in Makhuwa culture. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 9-15). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Kazima, M. (2008). Mother tongue policies and mathematical terminology in the teaching of mathematics. *Pythagoras, 67,* 56-63.

Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência. Educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Knijnik, G. (1998). Ethnomathematics and political struggles. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 30*(6), 188-194.

Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: Ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics, 80*, 87-100.

Knijnik, G. y Wanderer, F. (2010). Mathematics education and differential inclusion: A study about two Brazilian time-space forms of life. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 42*, 349-360.

Knijnik, G. y Wanderer, F. (2013). Programa Escola Ativa, escolas multisseriadas do campo e educação matemática. *Educação e Pesquisa*, *39*(1), 211-225.

Knijnik, G., Wanderer, F. y de Oliveira, C. J. (2005). Cultural differences, oral mathematics and calculators in a teacher training course of the Brazilian Landless Movement. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *37*(2), 101-108.

Mapapá, A. (1994). Symmetries and metal grates in Maputo. Didactic experimentation. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 49-55). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Mendes, J. R. (2005). Numeracy and literacy in a bilingual context: Indigenous teachers education in Brazil. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 217-230.

Morgan, C. (2007). Who is not multilingual now? *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 239-242.

Moschkovich, J. (2005). Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 121-144.

Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En J. M. Goñi (Ed.), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona: Graó.

Oliveras, M. L. y Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(3), 1-34.

Palhares, P. (2012). Mathematics Education and Ethnomathematics. A connection in need of reinforcement. *Journal of Research in Mathematics Education*, *1*(1), 79-92.

Setati, M. (2008). Access to mathematics versus access to the language of power: The struggle in multilingual mathematics classrooms. *South African Journal of Education*, *28*, 103-116.

Soares, D. (1994). Symmetric ornamentation on wooden spoons from the Sofala Province. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 56-58). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Soares, D. e Ismael, A. (1994). Popular counting methods in Mozambique. En P. Gerdes (Ed.), *Explorations in Ethnomathematics and Ethnoscience in Mozambique* (pp. 24-29). Maputo: Instituto Superior Pedagógico.

Stathopoulou, C. y Kalabasis, F. (2006). Language and culture in mathematics education: Reflections on observing a Romany class in a Greek school. *Educational Studies in Mathematics*, *64*, 231-238.

Documentos utilizados para la actualización del modelo MEDIPSA

Delval, J. (2012). La construcción del conocimiento: Ideas básicas.

Gavarrete, M. E. (2012). *Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica*. Universidad de Granada, Granada.

Godino, J. D. (2010). Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino

Gutierrez, R. (2005). Polisemia actual del concepto «modelo mental». Consecuencias para la investigación didáctica. *Investigaçoes em Ensino de Ciências*, *10*(2), 209-226.

Lamo de Espinosa, E., González, J. M., & Torres, C. (1994). *La Sociología del Conocimiento y de la Ciencia*. Madrid: Alianza.

Rico, L., y Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e investigación. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pp. 77-131). Huelva: Hergué Editores.

Seel, N. (2001). Epistemology, situated cognition, and mental models: «Like a bridge over troubled water». *Instructional Science*, *29*, 403-427.